« POURQUOI FAIRE SIMPLE... etc... »
5. Recherches collectives en mathématiques – c) fonction constante
Jean-marc Guerrien

Dans deux articles précédemment publiés dans le CH'TI QUI, j'ai expliqué comment je menais les recherches collectives, le premier sur une fonction affine et le deuxième sur une fonction modulo. Voici un troisième exemple, à propos de fonctions constantes du type $a = x + y$.
Cette recherche trouve comme les précédentes son origine dans la vie de la classe et les interrogations que j'essaie de susciter quant je détecte un regard possible avec nos « lunettes mathématiques ». En l'occurrence deux réflexions éponymes de ce travail, « Livres et rouleaux de Scotch » :
- Quand la fin d'après-midi nous en laisse un peu le loisir, je lis chapitre par chapitre un livre aux enfants. Les questions ne manquent jamais de surgir, « Combien y a-t-il de pages ? Combien en avez-vous déjà lu ? Combien en reste-t-il ? »
- J'ai sur mon bureau un lourd dévidoir à ruban adhésif, beaucoup utilisé pour les innombrables accordéons de papier que nous affectionnons tant. Son format inhabituel intrigue par rapport aux petits rouleaux des enfants : « Quelle longueur de Scotch y a-t-il ? Est-ce qu'il est entamé depuis longtemps ? Quelle quantité en reste-t-il ? »
Comme ces deux situations relèvent du même concept, j'ai décidé de les traiter en une seule recherche « à deux têtes » !

Première étape : « Le Club des Cinq en randonnée » :
Cette première étape consiste à d'abord appréhender la situation et à découvrir les procédés de calcul.
Comme d'habitude, je fais formuler le plus clairement possible ce que l'on va chercher.
Il faut aussi se mettre d'accord sur une écriture abrégées de « Pages Lues » et « Pages Restantes » :

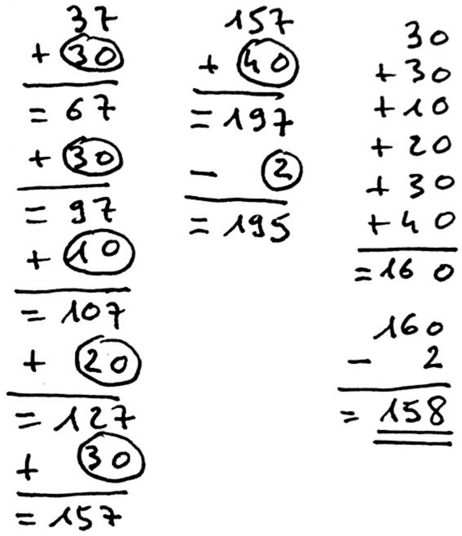
n PL ----------> ? PR

Cela fait, je propose un premier défi ; il me faut à chaque fois répéter que la « facilité » apparente de ce qui est demandé est volontaire et que le résultat est moins intéressant que l'explication claire de la façon dont il a été trouvé.
Et comme toujours, c'est la diversité qui est mise en valeur. Apparaissent quatre grandes familles de solutions. Elles sont explicitées au tableau par certains leurs auteurs et prennent le nom de leur « inventeur ».
Nous avons ainsi, pour ce premier défi,

37 PL ----------> ? PR

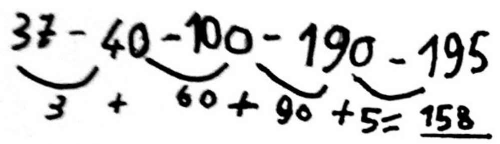
quatre solutions qui émergent, plus ou moins partagées :

<u>*Solution de Noémie :*</u>



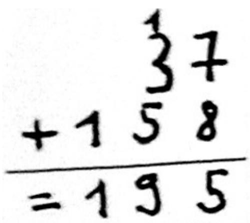
Elle est d'emblée très critiquée car longue et apparemment hasardeuse. A la question « Pourquoi 30, 10, 20... et pas 50, par exemple ? », Noémie répond « Parce que j'ai décidé comme ça ! ». Elle prouvera par la suite que sa démarche, à laquelle elle tient avec une jalousie têtue, lui permet de toujours s'en sortir sans se tromper. Elle restera la seule à l'utiliser.

<u>*La solution de Riad :*</u>



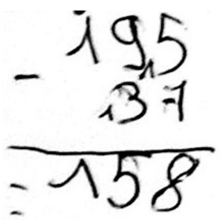
Elle est plus partagée que celle de Noémie (4 élèves) et explicitement annoncée comme un « chemin », technique amplement exploitée dans beaucoup de recherches collectives ou personnelles.

<u>*La solution de Thibault :*</u>



L'addition à trou est majoritaire (8 élèves sur 16).

La solution de Maria :



Cette solution, ici experte, n'a été essayée que par trois élèves. Un signe, une fois de plus, et s'il en était encore besoin, de l'extraordinaire résistance à la soustraction, qui reste bien l'opération la plus difficile à appréhender par les enfants. L'épouvantail n'est pas la division qui apparaît toujours comme une sorte de « rite initiatique », mais qui en comparaison de cette maudite « moins », passe généralement comme une lettre à la poste ! Est-ce que les enseignants, contrairement à d'autres personnes normalement constituées, n'auraient pas recours à une technique de « complément à... » quand ils sont en situation de soustraire mentalement ? Il est vrai qu'on n'entend plus beaucoup les boulangères compter tout haut en rendant la monnaie...

Deuxième étape : « Essayer comme... »

Il me semble toujours important que chacun puisse « entre » dans chacune des démarches proposées, afin d'y trouver celle qui lui conviendra le mieux... car ce n'est pas toujours celle posée au départ. Je propose donc des défis qui doivent être obligatoirement résolus « comme Noémie » (qui recueille la plupart des incompréhensions et échecs), « comme Riad », etc.

Troisième étape : s'entraîner, s'approprier une technique :

Cette étape ne consiste qu'à se confronter à différents défis et à les corriger tous ensemble pour que chacun puisse devenir performant dans la technique de son choix.

Quatrième étape : transférer à une autre situation, « Le rouleau de Scotch » :

Le gros rouleaux du dévidoir du bureau du maître contient 66 m de ruban adhésif.
Si j'en ai utilisé *n* mètres, combien en reste-t-il ?
S'il reste *n* mètres, combien en ai-je utilisé ?
Le transfert se fait sans problème, les solutions adoptées sont les mêmes que pour le livre...

Cinquième étape :

Au fil des défis sur la situations « rouleaux », Martin fait remarquer que l'on a (et je ne l'ai pas fait exprès !) :

39 m ----------> 27 m

et 27 m ----------> 39 m

et que d'autre part (c'est évident mais ça n'a pas encore été formulé), le total fait toujours 66.
Je fais donc constater, en interrogeant l'un et l'autre, que « ça marche à chaque fois »... On est donc mûr pour le graphe de la fonction !

Sixième étape : le graphe :

Je demande à la moitié de la classe de le commencer « par en haut », et à l'autre moitié de le commencer « par en bas », en ne faisant que dix lignes ; ça doit suffire pour comprendre !
On peut donc rapidement synthétiser au tableau :

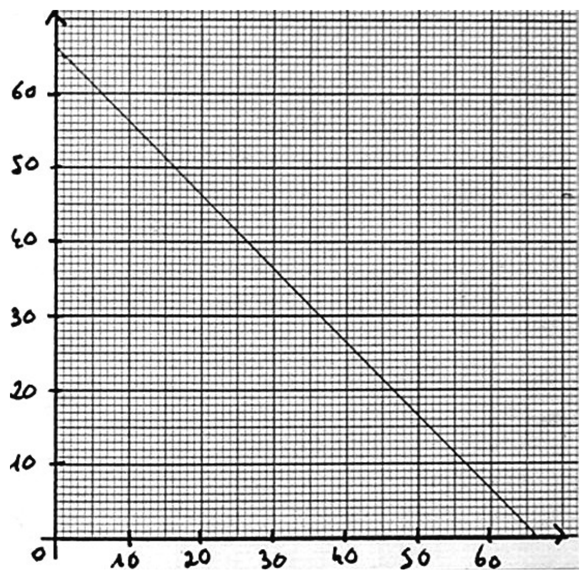
<u>Scotch utilisé :</u> <u>Scotch restant sur le rouleau :</u>

0 m --------------------> 66 m
1 --------------------------> 65
2 --------------------------> 64
3 --------------------------> 63
4 --------------------------> 62
5 --------------------------> 61
…
62 --------------------------> 4
63 --------------------------> 3
64 --------------------------> 2
65 --------------------------> 1
66 --------------------------> 0

Et pour chaque ligne du graphe, on peut écrire :

0 + 66 = 66
1 + 65 = 66
2 + 64 = 66
…
64 + 2 = 66
65 + 1 = 66
66 + 0 = 66

Septième étape : la représentation graphique :



Comme nous ne plaçons pas tous les points (seulement ceux que nous avons traités en début et fin de graphe), je peux faire remarquer que la représentation graphique permet aussi de « lire » des résultats et j'en fais chercher quelques uns...

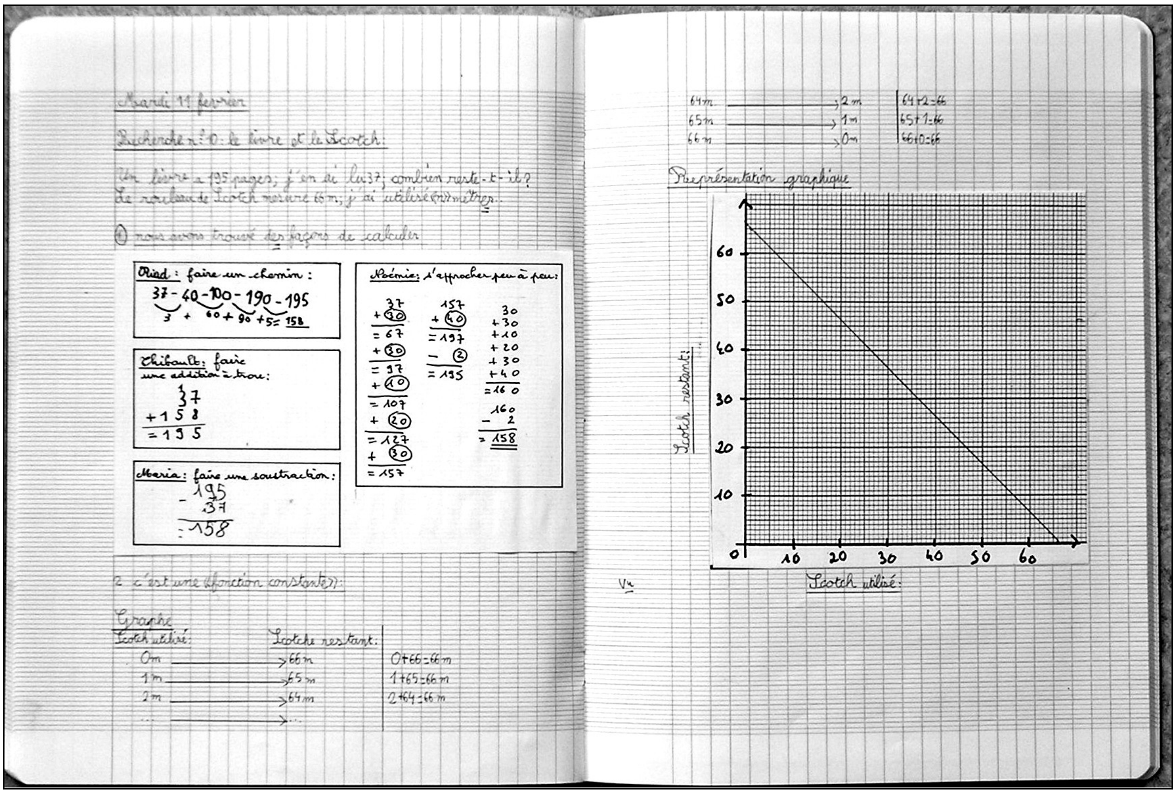
Entraînement consécutif :
Chaque recherche donne lieu à un « entraînement », une fiche photocopiée « fabrication maison » qui est à traiter lors des séances de travail personnel de la semaine suivante. Les élèves le trouvent le lundi matin dans leur bac de travail, l'échéance est fixée au vendredi sans faute.
Cet entraînement a trois fonctions :
- fixer une nouvelle connaissance, bien sûr ;
- avoir un contact individuel après un travail collectif, et éventuellement pouvoir reprendre au cas par cas un point mal assimilé ;
- évaluer ; je ne donne plus de « brevets », pensant qu'il est inutile de demander d'apporter une nouvelle « preuve » de maîtrise alors qu'un entraînement réussi y suffit ; temps également perdu pour apprendre autre chose ; au bas de chaque entraînement figurent les numéros des compétences qui seront à colorier dans le livret d'évaluation individuel. Les enfants le gèrent ainsi eux-mêmes et se voient avancer...

Cette fois, il consiste à traiter (graphe et représentation graphique) une situation semblable (une histoire de crayon qu'on taille, de 5 en 5 mm) et à s'entraîner sur l'outil requis (le passage de l'addition à trou à la soustraction et la technique opératoire de la soustraction)...

Suites...
Comme cela s'était passé assez spontanément à propos des fonctions modulo, certains enfants particulièrement accrochés à la recherche mathématique (surtout, à mon avis, au travers des recherches personnelles) envisagent immédiatement des pistes à explorer : la tablette de chocolat, dont on pourrait compter les petits carrés déjà mangés / restants (ou le poids) ; la bobine de ficelle que l'on dévide... tout ce dont on coupe un morceau... avec toujours l'idée que si ça diminue d'un côté, ça grandit de l'autre, mais qu'au total, on a toujours la même chose.

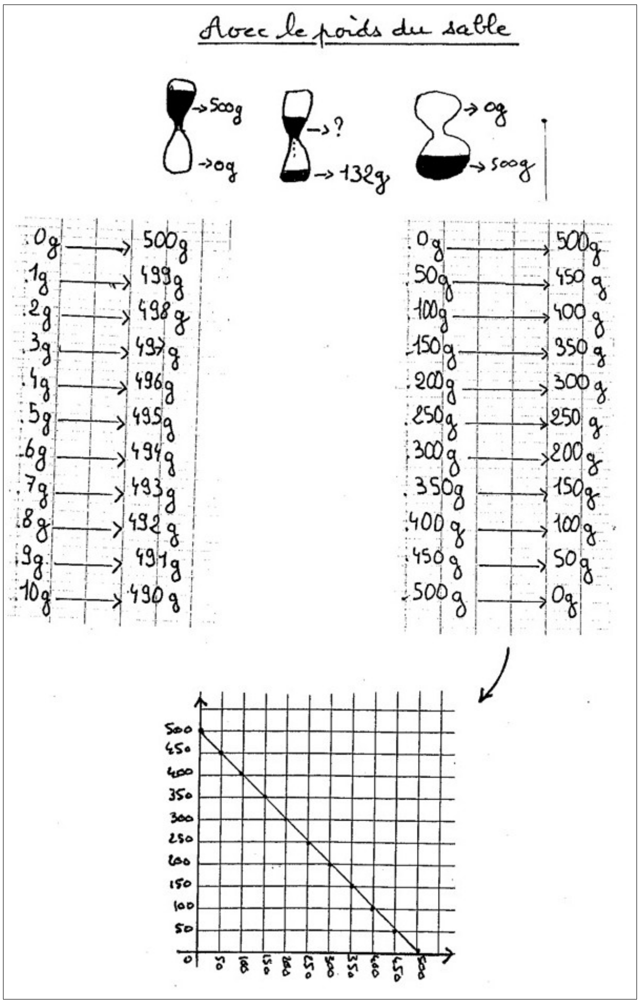
L'essentiel étant que les enfants puissent de mieux en mieux « voir » dans leur environnement quotidien des situations relevant des différents types de fonctions étudiés et d'en faire des départs de recherches personnelles, avant d'abstraire, de créer véritablement un concept opérationnel pour se lancer dans un va-et-vient susceptible de « réduire le hiatus entre l'école et la vie ». Ce n'est pas la moindre satisfaction d'entendre dans la bouche de parents d'élèves des remarques témoignant de cette interrogation du milieu au travers de divers types de « lunettes » !

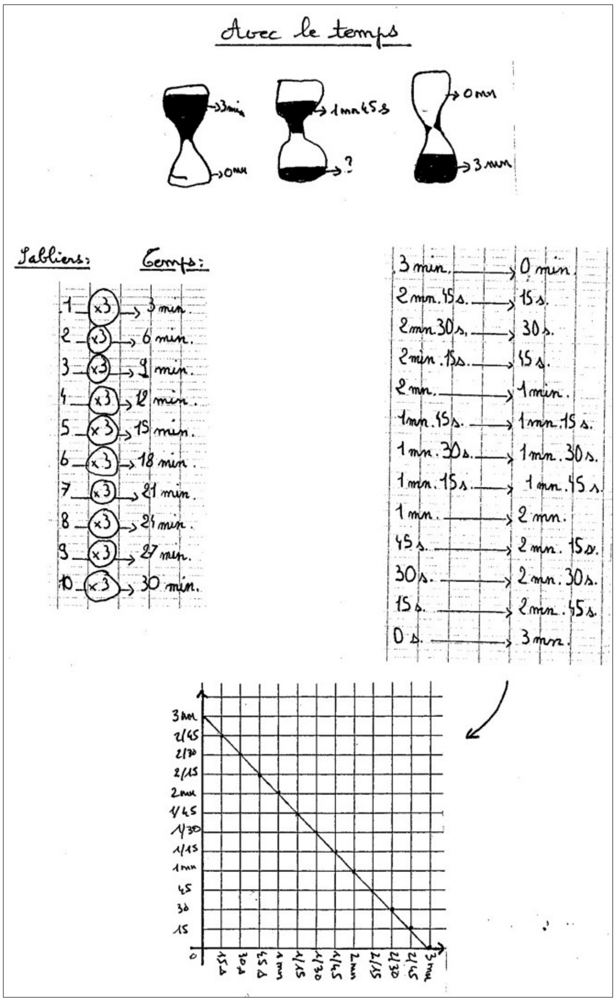
Mise au propre :
Comme d'habitude, elle est la synthèse de ce que nous avons appris et revient essentiellement à coller nos « petits bouts de papier »...

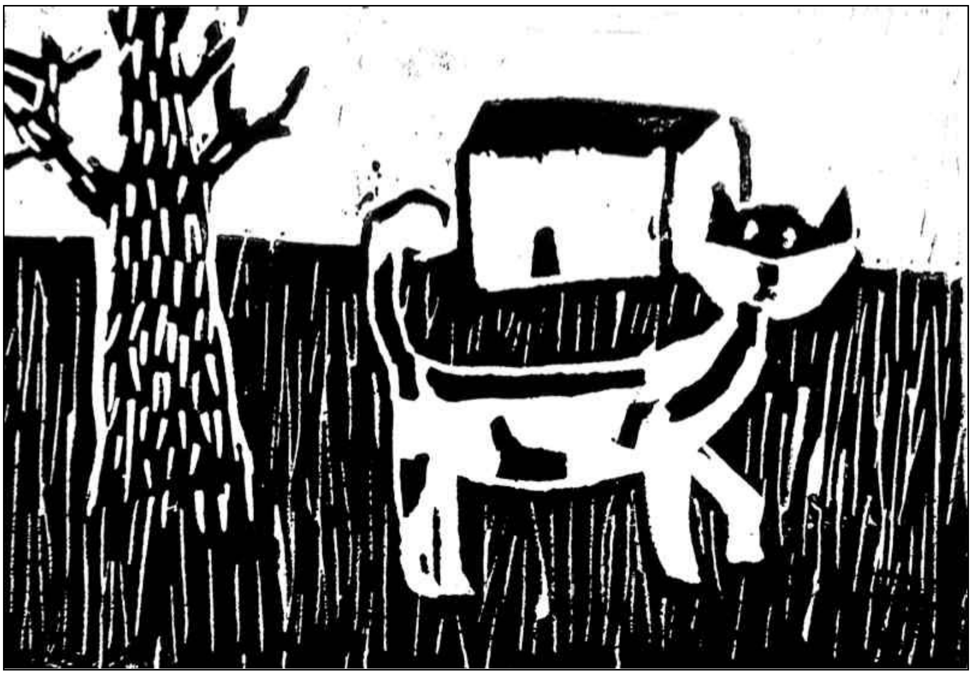


Une recherche individuelle consécutive :

Maëlle a exploré, en l'ayant d'emblée reconnue comme « fonction constante », la situation d'un sablier, du double point de vue de la quantité de sable (fiche bricolage) et du temps passé / restant (en sa qualité, à ce moment-là, de « gardienne du temps » lors des moments de parole).







Linogravure de Line