Quel travail en mathématiques ?

Les différents types de travaux et la méthode naturelle en mathématiques

Témoignage d'Alain Leroux

Lors de ma première année d'expérimentation, j'ai souhaité m'affranchir de quelques contraintes dans lesquelles les enseignants travaillent aujourd'hui. J'ai donc travaillé sans progression, sans programme, sans cours, sans contrôle et sans notes ! Cela m'a permis de voir, de comprendre et d'avoir une approche plus naturelle de l'apprentissage des mathématiques dans mes classes de collège. J'ai même pris du plaisir à repenser les mathématiques, à me demander quelles pistes sont les plus pertinentes, car elles sont bien différentes d'un élève à un autre, pour les aider à répondre à une problématique, pour les amener vers une notion, une propriété, un théorème, alors que depuis plus de quinze ans, ce n'était plus ma préoccupation : j'étais trop happé par la recherche, voire la fabrication de la progression, de l'activité pour telle notion, la tâche complexe vraiment complexe, les interrogations rapides, les contrôles de synthèse et les corrections…

Pendant ma deuxième année, j'ai poursuivi mon travail d'expérimentation et j'ai ressenti la nécessité de davantage cadrer mes pratiques et celles des élèves. J'avais besoin d'être plus disponible et plus rassurant avec les enfants pour mieux les accompagner dans leurs travaux, leur progression. Même si on ne sait pas toujours où l'on va, le cadre aide à savoir comment on y va ; on s'y sent mieux tout en gardant des libertés et du plaisir. Ainsi, les années suivantes j'ai pu m'appuyer sur des bases solides qui m'ont permis de continuer à expérimenter des pratiques, des outils et à faire évoluer légèrement le cadre de travail…

Ce qui suit n'est qu'une ligne directrice. Dans ma réalité, il y a de nombreux écarts, de nombreuses adaptations nécessaires pour vivre au mieux les différents évènements de la classe. Il faut aussi rester vigilant sur le fait que trop d'habitudes et de routines en classe risquent aussi de dénaturer les pratiques naturelles.

Les différents travaux

Mon objectif est de créer les conditions, les outils et les procédures nécessaires pour construire dans ma classe un espace éducatif riche qui permette les tâtonnements singuliers et des processus socialisés, mais aussi de favoriser la créativité et le plaisir, car ils sont essentiels, ils permettent à l'enfant de découvrir les mathématiques et de produire des œuvres. Au cours de l'année, l'enfant sera très régulièrement amené à organiser sa propre tâche pour la conduire à terme, avec l'aide éventuelle du groupe et de l'enseignant ; il va réaliser et présenter différents travaux :

- des travaux assez libres, les Propositions-Créations-Recherches : d'abord un temps de propositions-créations collectives, ensuite des temps de créations-recherches libres puis un temps de présentation d'exposés individuels ou collectifs. Les enfants sont auteurs de leur vie : ils choisissent leurs recherches, ils ont le sentiment d'avancer et ça favorise l'envie, le désir d'apprendre.
- des travaux plus dirigés : des exercices réguliers, des résolutions de problèmes, des constructions, individuelles ou collectives, voire des fiches individuelles selon les besoin.

Le groupe favorisera aussi les échanges, les questions, les débats, le désir et la créativité. Je vais moi-même présenter quelques notions mathématiques essentielles, apporter de nouvelles connaissances qui ne seraient pas abordées naturellement par les enfants pour susciter, prolonger l’envie de progresser. Je fais aussi les comptes rendus des échanges et des travaux effectués en classe par les élèves sous la forme d’un journal de classe (voir annexes ci-dessous).

Les Propositions-Créations-Recherches collectives

Organisation : une demi-classe, pendant cinquante-cinq minutes. Une à deux séances par période.

Les douze élèves sont rassemblés devant le tableau. Ils ont cinq minutes pour faire une proposition-création mathématique sur une feuille blanche. La consigne est simple : « Faites une création avec points, lignes ou signes ». Ensuite, je dispose les propositions par terre pour qu’elles soient visibles de tous. Les élèves en commentent rapidement quelques-unes, on procède à un vote rapide pour en choisir trois ou quatre et j’en choisis une en plus. Les quatre ou cinq propositions choisies seront ensuite vidéoprojetées au tableau.

Autour de chacune des propositions-créations, les élèves parlent pendant cinq à dix minutes. Celui qui est l’auteur de la proposition n’intervient pas, mais il prend note des échanges. De cette discussion mathématique va émerger du vocabulaire, des définitions, des techniques, des notions, des questionnements, voire des conflits. Je suis garant du bon déroulement des échanges, tout en essayant d’intervenir le moins possible. Si certains points sont acquis par tous, je les note au tableau. S’il y a questionnement sur certains points, nous (les élèves et moi) pouvons alors essayer de soulever un problème qui pourra définir un sujet de recherche. Nous pouvons aussi nous demander ce que deviendrait cette proposition-création si on changeait un des paramètres (« Et si, à la place de…, il y avait…, alors… »). Cela peut aussi amener à un sujet de recherche. Quand on pense avoir fait le tour du sujet, on passe à la proposition-création suivante.

La séance suivante, je renouvelle l’opération avec l’autre groupe et on obtient ainsi une douzaine de sujets de recherche, car chaque proposition-création peut mener vers plusieurs idées.

Pour ces moments spécifiques, je suis assis parmi les élèves, je prends la place de celui dont c’est la création et il va au bureau pour noter les différents échanges.

La parole est ouverte, elle se distribue assez naturellement, il n’y a pas besoin de lever la main, c’est une discussion. Il faut simplement s’observer, s’écouter, se respecter… J’essaie de me fondre dans leur discussion, je peux intervenir à tout moment comme eux, je peux les observer tranquillement, mais de temps en temps je m’autorise aussi à interpeler un élève qui a une réaction, mais qui n’ose pas forcément intervenir.

Rapidement, après ce type de séance, je reprends les notes des différents secrétaires, je les corrige, je les complète tant que cela reste frais dans ma tête. Ainsi la création, le nom de l’auteur, les éléments de la discussion et les pistes de recherches soulevées apparaîtront dans le prochain numéro du journal.

L’intention des échanges collectifs est d’inviter les enfants à porter un regard mathématique sur des propositions symboliques de chacun. C’est la multiplicité des idées qui permettent d’engager une discussion mathématique à partir de ces propositions, d’engager les enfants dans un processus de réflexion, de création, de découverte… Or si les débats atteignent un niveau de maîtrise du langage mathématique trop soutenu, voire de connaissances très élevées, alors certains enfants se trouvent déstabilisés et renoncent ou ont le sentiment d’être mauvais et perdent confiance. Pour que ces échanges restent bien vécus, je dois veiller au bien-être de tous. Même si j’essaie d’intervenir le moins souvent possible pour libérer le dialogue mathématique entre les élèves, je dois aussi favoriser de bonnes conditions d’échanges pour que tous les enfants se sentent en sécurité :

- reformuler lentement, simplement certaines interventions ;
- se tourner vers des élèves qui ont du mal à participer aux échanges ;
- soulever des problématiques simples qui puissent être accessibles par tous.

L’objectif est qu’ils échangent librement autour de chacune des propositions et pour libérer cette parole, il ne faut pas imposer trop de contraintes de vocabulaire ou de savoir. Il faut les autoriser à dire simplement ce qu’ils voient et qu’ils puissent ainsi véritablement partager leurs propres expériences. J’évite les formules du genre : « Maintenant posez-vous de vraies questions mathématiques » ou « Attention, il faut utiliser du vrai vocabulaire mathématique ». Pour libérer la parole de tous, on dira plutôt : « Dites ce que vous voyez, ce qui vous passe par la tête… ». Par exemple, si un camarade dit, à propos de la création d’Ayoub : « C’est des dents, c’est une scie… On dirait une montagne ! », c’est mon rôle mais aussi celui du groupe, de rapprocher ces mots, ces idées du vocabulaire attendu ou à des notions mathématiques sous-jacentes : « Pourquoi ça te fait penser à ça ? Si c’est ça, alors ça signifie quoi ? »

Ensuite, quand la proposition-création et les échanges qui ont suivi le permettent, on essaie de soulever un concept, une problématique. Ici, *« les dents »*, *« une scie »*, *« une montagne »* peuvent servir à nommer les productions mathématiques dont on ne maitrise pas encore le concept : translation, frise, voire les homothéties : *« Et si on faisait la même en plus grand*, *en plus petit ? »*, etc. Et on dira alors *« la scie d’Ayoub »* pour désigner ce qui a permis de faire un travail mathématique qui nous a enthousiasmés et nous a fait faire des découvertes.

La question n’est pas tant (au début) d’avoir des idées mathématiques que de chercher ce qu’on peut faire avec n’importe quelle idée. Si on ne peut rien faire, on laisse tomber, mais si on peut faire, alors, ce n’est plus la création qui compte, mais les *pratiques de transformation* par lesquelles on fait progressivement émerger un problème, un étonnement, un concept, une idée, une découverte, etc.

L’objectif est d’accompagner tous les élèves, qu’ils gardent confiance, qu’ils aient envie de travailler, de progresser…

Extrait d'un journal de 5e

Journal de Mathématiques – Classe de 5eC

Numéro 3 (fin-septembre 2016)

lundi 26/09, on a essayer de répondre au problème d'**Arthur**, c'est à dire de faire des calculs pour trouver la vitesse moyenne du métro entre 2 stations : par ex. entre le Blosne et le Triangle, le métro met 46 secondes pour parcourir 476 mètres :
Comme la vitesse est une histoire de proportionnalité, on peut faire un tableau :

1ère méthode :

476 m en **46** s	
environ **10,3** m en **1** s	: 46
618 m en **60** s (= 1min)	x 60
37080 m en **3600** s (= 60 min = 1h)	x 60
37, 08 km en **1**h	

2ème méthode** : **« le produit en croix »

Distance (m)	476	?
Durée (s)	46	3600 (1h)

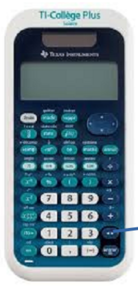
donc (476 x 3600) : 46 = 37252
Et 37252 m = 37,252 km

Bien entendu, on trouve les mêmes résultats avec les 2 méthodes : ***environ 37 km/h***

Ce résultat est très proche des données trouvées sur internet !

Pour répondre à la question posée dans le dernier numéro par **Mariana, Salimatou et Djeneba** se proposent de faire l'enquête sur la durée du sommeil. Dans un prochain numéro, on expliquera la démarche qu'elles vont utiliser !

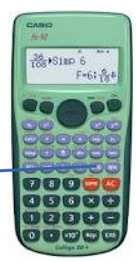
Mattéo nous a aussi présenté son exposé sur les calculatrices. Nous l'avons applaudi, car nous avons tous été impressionnés par la qualité de son travail. Nous avons retenu que les premières machines à calculer étaient les « abaques », aussi appelées « bouliers chinois », encore utilisées aujourd'hui car très rapides pour certains calculs ! Sinon une des 1éres véritables machines à calculer mécanique était la « pascaline » qui tire son nom de son inventeur **Blaise Pascal**, grand humaniste, philosophe et mathématicien du XVIIe siècle.



Elyas pose une division sur sa calculatrice mais le résultat obtenu est écrit sous forme d'une fraction.

$$20 : 8 = \frac{5}{2}$$

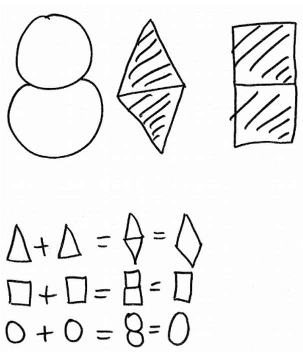
Il existe une touche <> S-D qui permet de transformer cette fraction en un nombre décimal et inversement. (*elle est différente selon les calculatrices*)
Et la calculatrice affiche alors 2,5



Exemples de proposition-créations en 4e

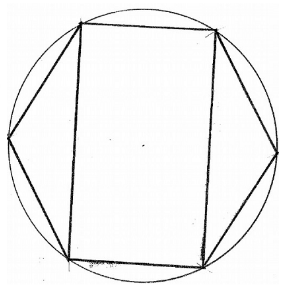
Ilan
Il y a vraiment pleins de bâtons. Combien ? 1+2+3+4+5+… etc...
Q1) Mais existe-t-il une méthode rapide pour calculer cette somme ?

On peut voir aussi des **déplacements**, des translations entre certaines partie du dessin.
Q2) Quels sont les différents type de déplacement ?
Symétrie, translation, rotation ...



Valone
Toutes les figures sont symétriques. On peut additionner les surfaces des figures.
Elle a **assemblé** des figures pour en fabriquer d'autres : Par exemple, deux triangles donnent un losange, deux carrés donnent un rectangle !
Q3) Mais peut-on fabriquer n'importe quelle figure à partir de figures plus simples ?

Q4) Peut-on décomposer un carré grâce à un assemblage de carrés plus petits ?
Oui avec 4 et 9 ! mais est-ce possible avec 5, 6, 7, 8 etc...

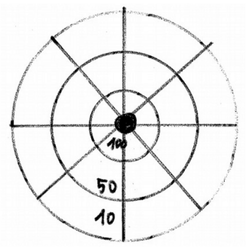


Gwenaëlle
C'est une figure symétrique et il y a la **symétrie axiale** et la **symétrie centrale**.
Le tracé est très précis : On y voit un rectangle, un **hexagone régulier**, deux triangles isocèles.
Q5) Comment construire cette figure ?

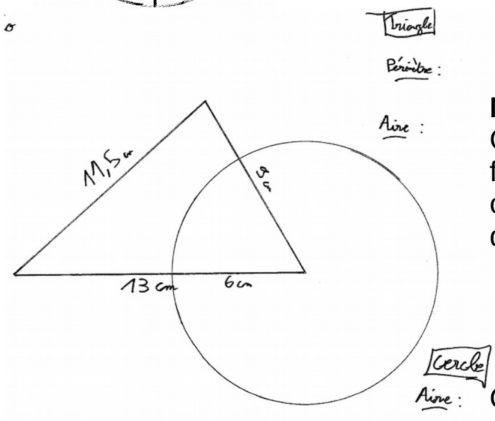
Q6) Comment prouver qu'il s'agit réellement d'un rectangle?

Q7) Peut-on déterminer, calculer tous les angles de cette figure ?

Exemples de proposition-créations en 5e



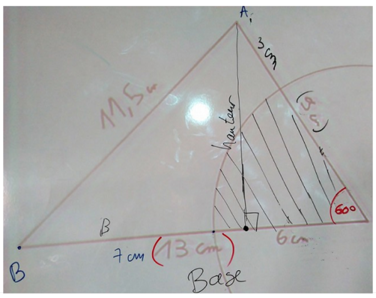
Bahia
Il y a 3 cercles concentriques et l'espace entre chaque cercle est régulier !
La zone 100 est plus petite que la zone 10 mais combien de fois ?
Q18) On pourrait calculer les aires de chaque des différentes zones et comparer les tailles



Matéo
On pourrait nommer les points de la figure ce serait plus facile pour en parler ! Par ex. le point C à l'air d'être au centre du cercle ! Rappelons aussi les formules demandées :

- **Aire triangle** : base x hauteur : 2 et pour la hauteur il faut une droite passant par un sommet et perpendiculaire au coté opposé.
- **Aire d'un cercle** : Pi x rayon x rayon

On peut aussi calculer l'aire de la portion du cercle délimitée par le triangle.
On dirait qu'elle représente 1/6 du disque. Comment en être sur ?
Un mesurant l'angle entre les 2 rayons, on trouve 60°. On a de la chance, car ça tombe tout juste :
6 x 60° = 360°. Il suffit donc de diviser l'aire par 6 !
Q19) Mais l'angle si avait été de 50°, comment aurions-nous fait pour calculer l'aire de cette portion ?



Focus

Il est assez inhabituel de voir associés aux mathématiques les termes "produire des œuvres", "créations libres" ou même "discussion". Mais Alain Leroux avertit dès l'introduction : il a cherché à assouplir le cadre institutionnel contraignant dans lequel les enseignants travaillent d'ordinaire pour retrouver l'essence de son métier et mieux accompagner les élèves dans leur apprentissage des mathématiques. Donc plus de progression, plus de notes.

Mais il met en place une **organisation rigoureuse** faite de moments complémentaires : alternance de création ou recherche, d'entraînement et de moments d'institutionnalisation ; recueil de la mémoire de travail dans les prises de notes et le journal de classe ; parole libre et cheminement vers les concepts ; étayage des individus par le groupe et le professeur mais engagement de chacun dans un travail à présenter… Pour cela, Alain souligne **le rôle fondamental du professeur** : il encourage l'expression des idées à partir desquelles, grâce à son expertise professionnelle, il amène ses élèves vers des découvertes mathématiques. Il est à la fois silencieux, observateur de la classe mais en même temps prêt à se saisir d'une idée féconde.

Il détaille la technique des Propositions Créations mathématiques, parce qu'elle permet une libération de la parole des élèves et la **transformation de leur rapport à la discipline**. Alain est au plus près des connaissances et du vocabulaire des enfants, très attentif à ne pas bloquer la discussion par des injonctions paralysantes, à ne pas introduire trop tôt des termes spécialisés. La classe, par ce cheminement pas à pas, construit **un langage commun et des connaissances partagées, qui s'appuient sur une expérience sensible** : "la scie d'Ayoub" devient la translation.