



# Le point d'inflexion

Bulletin du secteur mathématiques de l'ICEM-Pédagogie Freinet

Février 2024

## Alerte ! Que faisons-nous des mathématiques ?

### Que savons-nous ?

Au fil des siècles, les mathématiques ont permis à l'humanité de s'émanciper. Sans les mathématiques, l'homme serait resté dans l'ignorance, en particulier parce qu'il aurait continué de tout expliquer par les causes finales comme les mythologies ou l'action des puissances surnaturelles.

De plus, elles ont participé au développement de la pensée démocratique, par la pratique collective de construction et de résolution de problèmes, par l'exigence de preuves rationnelles et le rejet de démonstrations fausses.

Aujourd'hui, outre l'utilité sociale directe (monnaie, mesures pratiques...), seule perçue, les mathématiques sont fondamentales dans la connaissance du monde physique, du micro-monde à l'univers ; elles sont aussi la base du commerce et des finances et sont souvent instrumentalisées par tous ceux, industriels, groupes de pression financiers ou politiques, de l'échelle locale aux multinationales, qui organisent le monde en leur faveur et les utilisent pour mieux maintenir leur hégémonie.

Pour enrayer cette logique, pour résister aux manipulations, nous avons besoin de mieux comprendre le monde physique et humain, et cette capacité passe aussi par les mathématiques. Pour que les groupes sociaux survivent dans la paix, une simple gestion de l'existant sera insuffisante. Les mathématiques pourraient nous permettre de proposer d'autres modèles que ceux de nos gestionnaires, d'imaginer un autre futur. Un des exemples les plus cruciaux est celui de la survie de l'Humanité quand on sait que nous utilisons actuellement beaucoup plus que ce que la Terre peut produire chaque année... pour combien de temps encore ?

Pour finir, certains philosophes défendent la thèse selon laquelle « les mathématiques, loin d'être un exercice austère réservé à une caste de spécialistes, seraient le chemin le plus court vers la « vraie vie », autrement dit la vie heureuse. La vraie racine du bonheur, c'est l'engagement subjectif dans une procédure de vérité, situation offerte entre autres par les mathématiques. Celles-ci dessinent bien un modèle au sens où le rapport est assez clair entre la longueur parfois aride du chemin de pensée, et le bonheur du résultat » *éloge des mathématiques* A Badiou . De plus, elles ne mettraient pas en jeu que la rationalité mais aussi la créativité, l'imagination, l'intuition.

« Et pour en conclure avec les vertus politiques d'un bon usage partagé des mathématiques, un exercice soutenu et permanent de ce qu'est une rationalité discursive véritable déjouerait ou affaiblirait le fait d'être exposé à des rhétoriques captatrices sans contenu véritable ». (voir *éloge des mathématiques* de Alain Badiou)

## Que voulons-nous ?

Pour cela, les mathématiques devraient absolument être considérées, non pas simplement comme une discipline scolaire chargée de sélectionner ceux qui vont être ingénieurs ou ministres, mais comme quelque chose qui possède un intérêt extraordinaire en soi-même. En cela, il nous faut sortir de l'aristocratie traditionnelle des mathématiques en France. On doit convaincre quiconque de s'intéresser aux mathématiques non pas pour l'ascension sociale qu'elles promettent mais pour elles-mêmes, pour ce qu'elles donnent à penser.

*C'est parce qu'elles ne chercheront qu'à être elles-mêmes que les mathématiques pourront être utiles. C'est dire si elles doivent, pour les enfants et les collégiens, n'avoir d'autre intérêt que pour et par elles-mêmes ( Stella Baruk.)*

En pédagogie Freinet, nous militons pour une mathématique populaire et joyeuse.

Populaire parce que notre pratique est émancipatrice. Elle consiste à problématiser à partir des propositions des enfants, de leurs représentations, de leurs conceptions, à respecter le processus de chacun dans un groupe coopératif aidant et exigeant à la fois, à valoriser les réussites si humbles soient-elles.

Une mathématique joyeuse parce que notre pratique fait une part belle à la créativité, à l'imagination, à la liberté de penser, à l'intuition et à la coopération, promesse de jubilation collective. Elle favorise le plaisir de la découverte de vérités universelles, une sorte d'Euréka pour ceux qui s'y aventurent. Comme le dit Stella Baruk : *Ce qui, à partir de ces objets mathématiques, se discute dans les énoncés suscitant le toujours et le jamais, qui mettent en jeu du langage, de l'argumentation, de la recherche, bref de la pensée libre de toute entrave matérielle, peut être pour tout le monde un bonheur de l'esprit qui justifiera l'effort, comme peut l'être un bonheur du corps.*

## Que faisons-nous ?

Pour nous, praticiens Freinet, une pratique personnelle est incontournable et, comme avec les élèves, l'échange entre pairs est indispensable. Or, malgré l'engagement des inscrits, la liste de discussion Vivamath que nous animons reste quasi muette. Pourquoi ?

Les stages nationaux que nous avons proposés récemment ont été annulés, les participants n'étant pas assez nombreux. Le secteur mathématique de l'ICEM peine à recruter des praticiens en exercice.

Nous savons que, pour aller plus loin, il est nécessaire que chacun ose dire sa pratique. Serons-nous capables, dans le mouvement Freinet, d'échanger coopérativement et sereinement sur ce que nous faisons en mathématiques ?

Serons-nous capables de proposer une alternative aux nouvelles directives ministérielles sur la base de pratiques émancipatrices expérimentées et efficaces ?

Danielle Thorel avec le secteur mathématique.



# Nos coformations adultes

**Un mardi par mois, de 20h à 21h, le secteur mathématique de l'ICEM convie la fédération ICEM à une soirée de coformation en Visio réunion.**

**Ce moment comprend :**

- **Une partie spécifique :**

Quelqu'un prend en charge la présentation d'une pratique dans sa classe, une recherche math et on l'interroge sur cette recherche. Le secteur peut travailler avec le ou la volontaire pour l'aider à réaliser cette présentation.

- **Un élargissement :**

On donne la parole aux participants pour des questions ou des remarques.

Ensuite, on voit si possible des situations parallèles dans des classes de différents niveaux.

- **Une partie théorique. :**

Dans un troisième temps, on en discute sur le plan théorique mathématique.

Nous avons déjà organisé quatre visios :

- En novembre, Charline Ouattara a présenté une recherche collective dans sa classe de GS maternelle sur la décomposition des nombres ,fonction  $x+y=$ constante.

- En décembre, Jean Lesage a présenté une recherche sur une construction géométrique dans sa classe de cycle 3.

- En janvier, Eric Gressier a présenté une recherche sur une fonction numérique dans sa classe de CM1 CM2.

- En février, Tristan Lechaux a présenté une recherche sur la symétrie axiale dans sa classe de CM1 CM2.

## Première séance

mardi 28 novembre 2023 - 10 participants

Une recherche mathématique collective

Classe de Charline Ouattara - GS Maternelle

## Compte rendu de la recherche par Charline

### Point de départ

Nous avons eu dans la classe une série de textes libres sur le thème des frères et sœurs. Les fratries de la classe étant variées en nombre d'enfants et en compositions frères/sœurs, il était intéressant d'explorer ça, par le biais d'une recherche mathématique collective.

Voici deux exemples de ces textes :

MON FRERE, C'EST AMINE.  
IL JOUE  
DANS LA COUR DE RECREATION  
AVEC MOI .  
ON JOUE A TOUCHE-TOUCHE,  
MAIS APRES  
AMINE VEUT RENTRER  
DANS LA CLASSE DE CHARLINE.  
MAIS IL NE PEUT PAS !  
CE N'EST PAS  
LA CLASSE DES PETITS, LA !  
CE SONT LES GRANDS!  
HIND

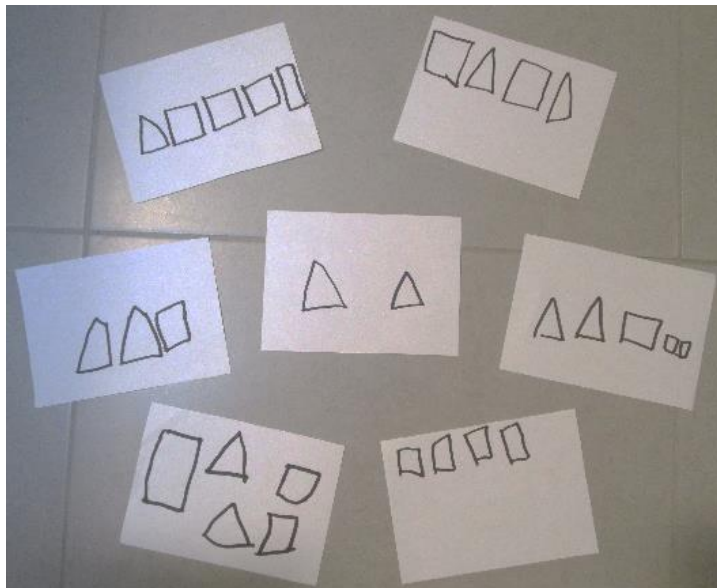
MOI, J'AI UNE PETITE SOEUR .  
ELLE S'APPELLE SOUMAYA.  
AVEC SOUMAYA,  
JE JOUE SOUVENT.  
ON S'ENTEND SUPER BIEN !  
ON NE SE DISPUTE JAMAIS .  
MAIS MON PETIT FRERE,  
MOHAMED AMINE, LUI,  
IL NOUS EMBETE :  
IL NOUS SUIV TOUT LE TEMPS !  
ALORS,  
ON LUI PRETE NOS JOUETS .  
NOUR

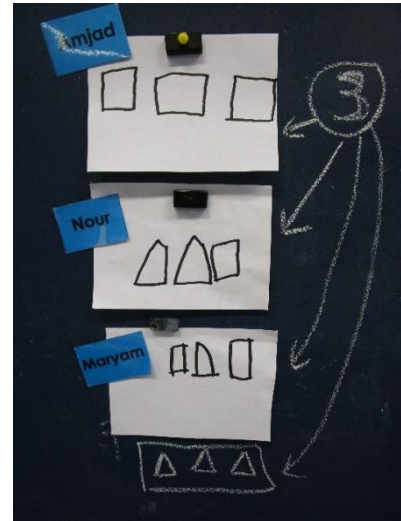
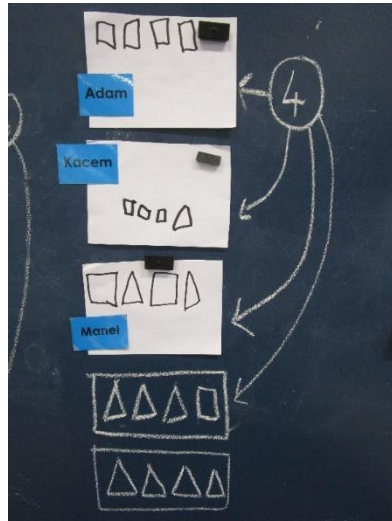
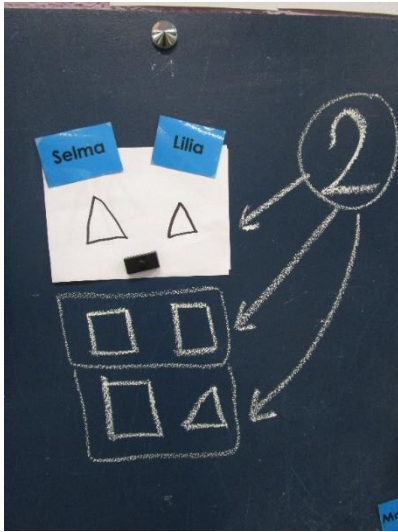
## Mise en recherche collective

Chaque enfant a d'abord dessiné sa fratrie en entourant son image.



Nous avons remarqué qu'il y a des familles avec 2, 3, 4 ou 5 enfants et qu'elles ne sont pas composées de la même façon. Par exemple, une famille de 4 enfants se compose de 4 garçons, une autre de 3 garçons et 1 fille, une autre de 2 garçons et 2 filles. Pour y voir plus clair, je propose de trouver un moyen de bien reconnaître les filles et les garçons tout en les dessinant plus rapidement. La classe s'accorde pour symboliser les filles par des triangles et les garçons par des carrés.



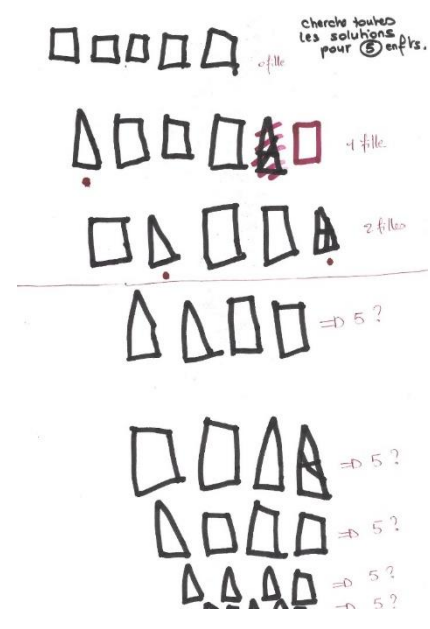
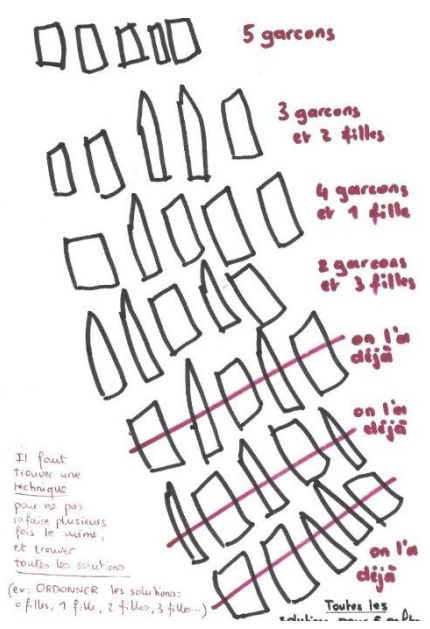


Travail de recherche ensemble au tableau

Nous avons regroupé les dessins par nombre d'enfants . Nous avons aussi cherché toutes les compositions possibles.

**Mise en recherche individuelle**

Puis les enfants se sont mis en recherche individuelle pour chercher les différentes compositions possibles pour une fratrie de 5 enfants.

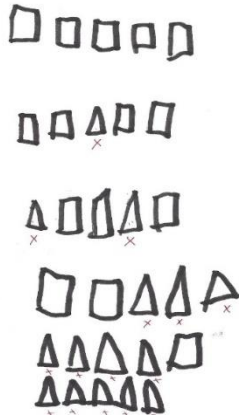


Deux exemples de travaux d'enfants

Les enfants cherchent au hasard et font des erreurs. Au cours des présentations, on s'aperçoit que des solutions identiques sont proposées plusieurs fois. J'essaie de faire trouver une technique qui permettra de ne pas se tromper.

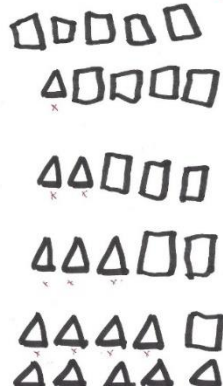
Tout les solutions pour 5 enfants

Tout seul:



Ma proposition:

Régroupe toutes les filles ensemble plutôt que les éparpiller



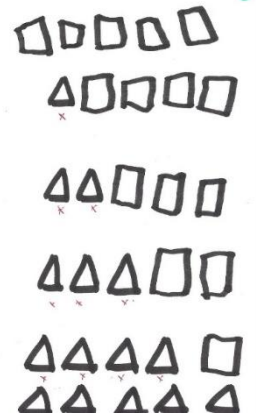
Tout les solutions pour 5 enfants

Tout seul:

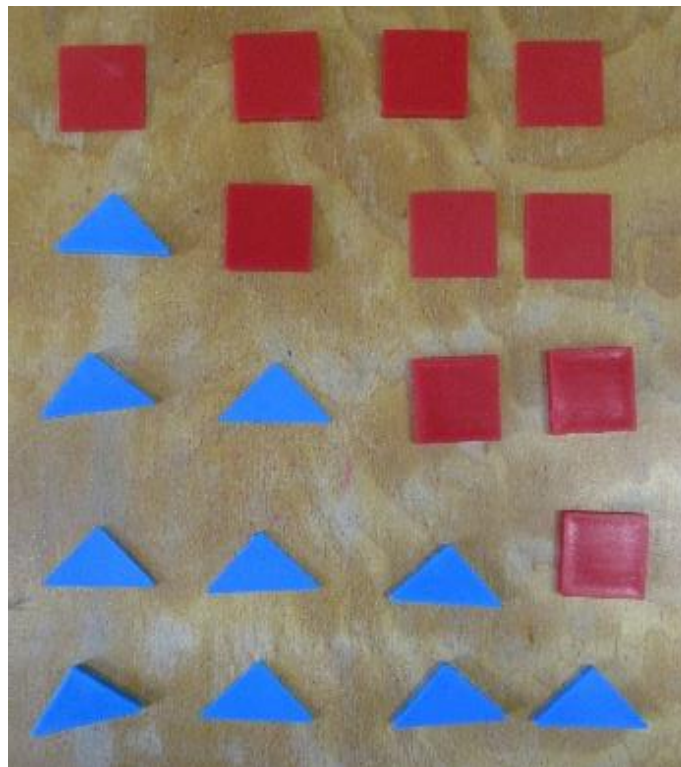


Ma proposition:

Régroupe toutes les filles ensemble plutôt que les éparpiller





















La technique trouvée est de ne pas éparpiller les garçons et les filles et de procéder de façon ordonnée en commençant par 0 fille, puis 1 fille, puis 2 filles... Cette technique est appliquée par manipulation de blocs logiques par exemple pour une famille de 4 enfants :



## Envoi aux correspondants



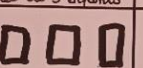

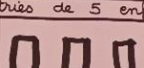











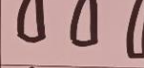
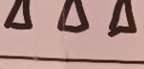

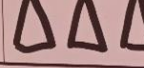
L'habitude dans la classe est d'envoyer nos trouvailles à nos correspondants. Nous envoyons un tableau récapitulatif de nos trouvailles mathématiques à propos de nos fratries et de notre recherche de compositions différentes.

Fratries avec 2 enfants	Fratries avec 3 enfants	Fratries avec 4 enfants	Fratries avec 5 enfants
			
			
			
			
			
			

**Notre technique pour n'oublier aucune solution :**  
 On commence toujours par ZERO fille.  
 Puis 1 fille, 2 filles, (3 filles), (4 filles), (5 filles)  
 A chaque fois qu'on ajoute une fille, on enlève un garçon.  
 A chaque fille DE PLUS, il y a un garçon DE MOINS.  
 Quand il ne reste plus que des filles, il y a ZERO garçon.

Nous leur avons envoyé un tableau vierge pour qu'ils fassent comme nous.

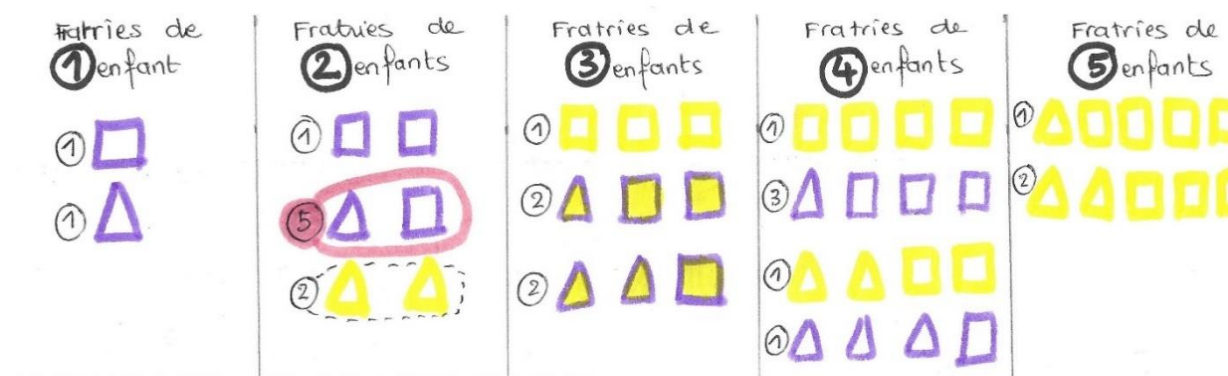
Et vous ?

Fratrie de 1 enfant	Fratries de 2 enfants	Fratries de 3 enfants	Fratries de 4 enfants	Fratries de 5 enfants
				
				
				
				
				
				

*(Il est absent en ce moment, et on ne sait pas si le bébé qui est né est une fille ou un garçon. Il a déjà 2 frères)*



Et nous avons comparé les deux tableaux. Ce moment a été intéressant car il s'agissait de lire des informations données dans un tableau.



→ Nous avons comparé nos tableaux des FRATRIES

- On a remarqué que des fois c'est pareil que nous et des fois, ce n'est pas pareil que nous.
- Vous n'avez pas de FRATRIES de 5 enfants et nous, on n'a pas de FRATRIE de 1 enfant.
- La fratrie qu'on a le PLUS c'est 2 enfants avec 1 fille et 1 garçon et c'est chez vous.
- Pour les 2 fratries de 2 filles, ce n'est plus VRAI aujourd'hui.  
Lilia a eu une petite sœur et passe dans les 3 filles (△△△)  
Selma a eu un petit frère et rejoint les 2 filles et 1 garçon (△△□)
- Aujourd'hui, nous n'avons donc plus aucune fratrie de 2 ENFANTS.

On vous remercie aussi pour le jeu des SYLLABES : on va bientôt le faire... Quand vous viendrez vous nous direz si on a BON!

Prolongements dans la classe

Les bougies d'anniversaire de deux couleurs différentes

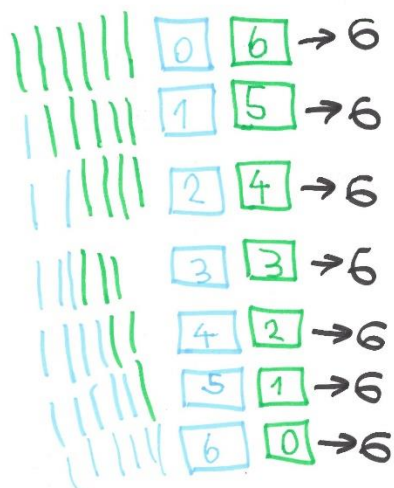
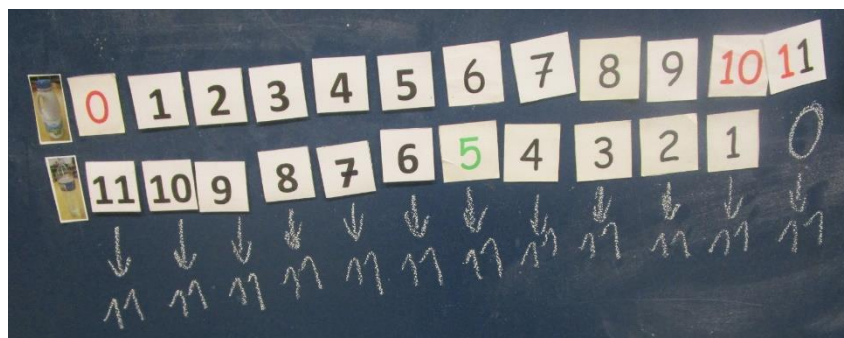


Tableau affiché des enfants de la classe pour savoir ceux qui boivent du lait et ceux qui boivent de l'eau aujourd'hui.



## Apport théorique

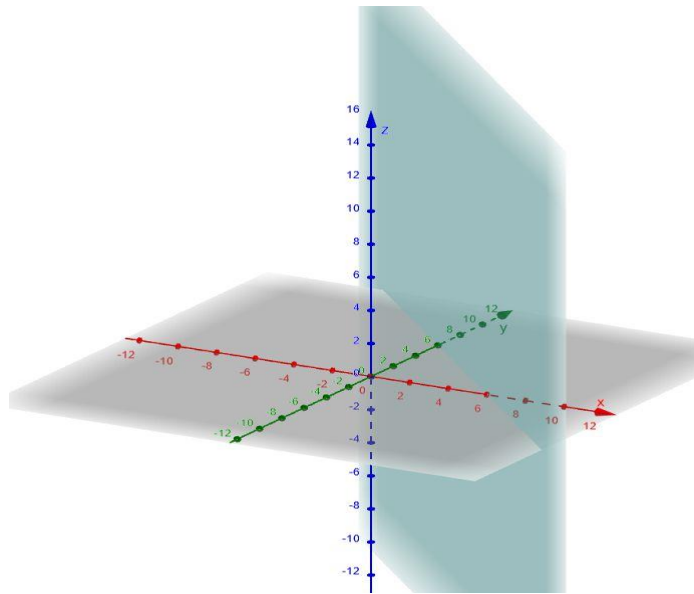
**La question de la fonction** «  $X + Y = \text{constante}$  »

donne à penser que ce serait une fonction à 2 variables

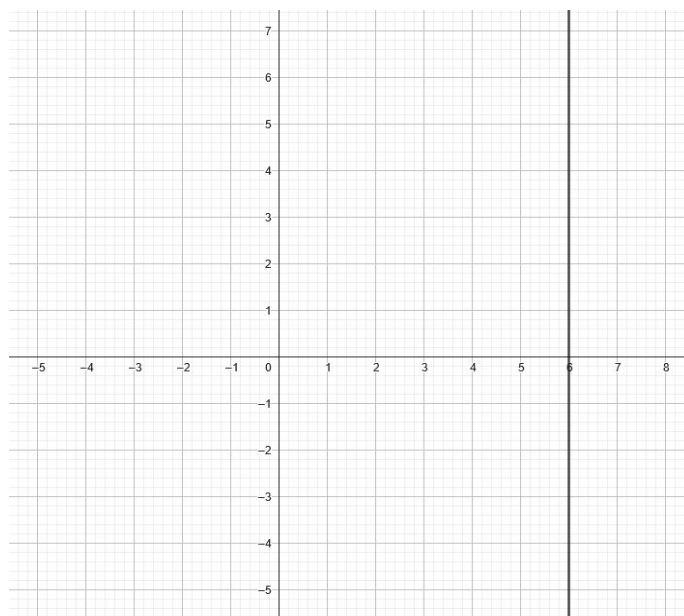
$f(x,y) \rightarrow z$

Mais  $x+y = 6$ , ne nous dit rien de la valeur de  $z$

On pourra en donner une représentation graphique, mais ce n'est pas une fonction (à 2 variables).



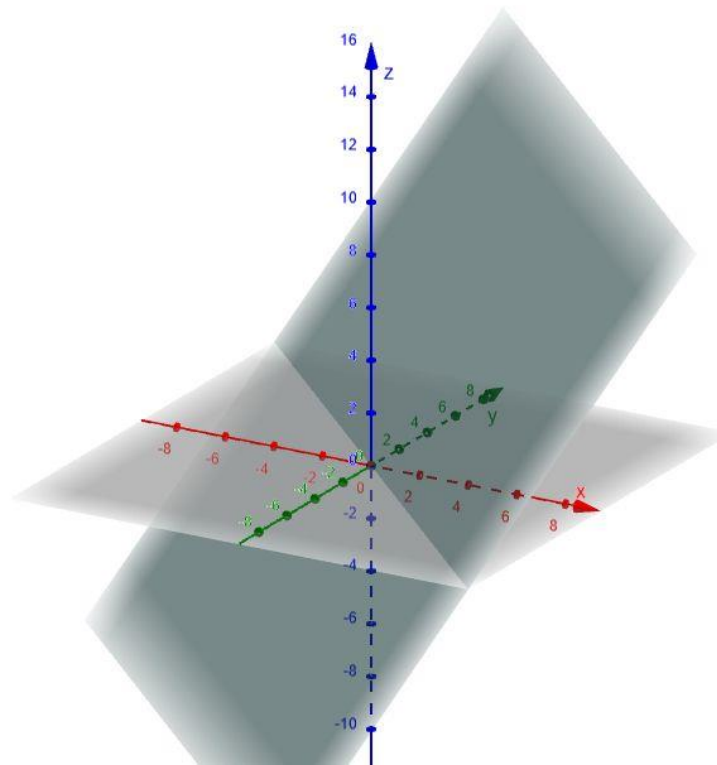
C'est un peu comme «  $x = 6$  » (une « variable »), on peut en faire une représentation graphique :



mais ce n'est pas une fonction.

Bien sûr, si on fait varier la constante, qui devient un paramètre, on peut considérer la fonction :

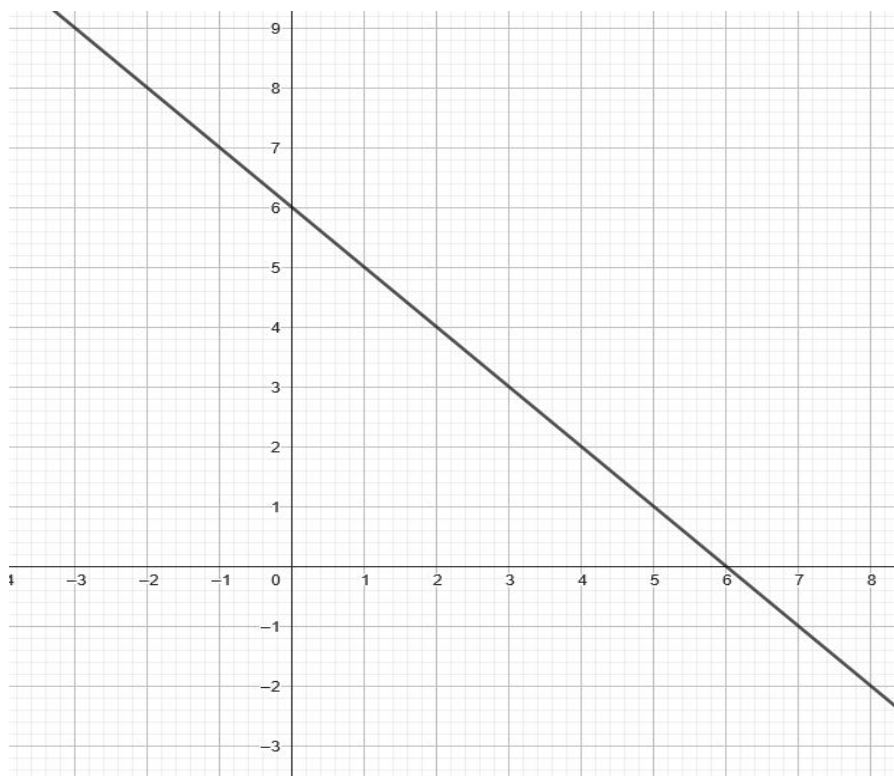
$f(x,y) \rightarrow p = x+y$  et on obtient cette représentation (plan qui passe par l'origine) :



Mais, est-ce pertinent ?

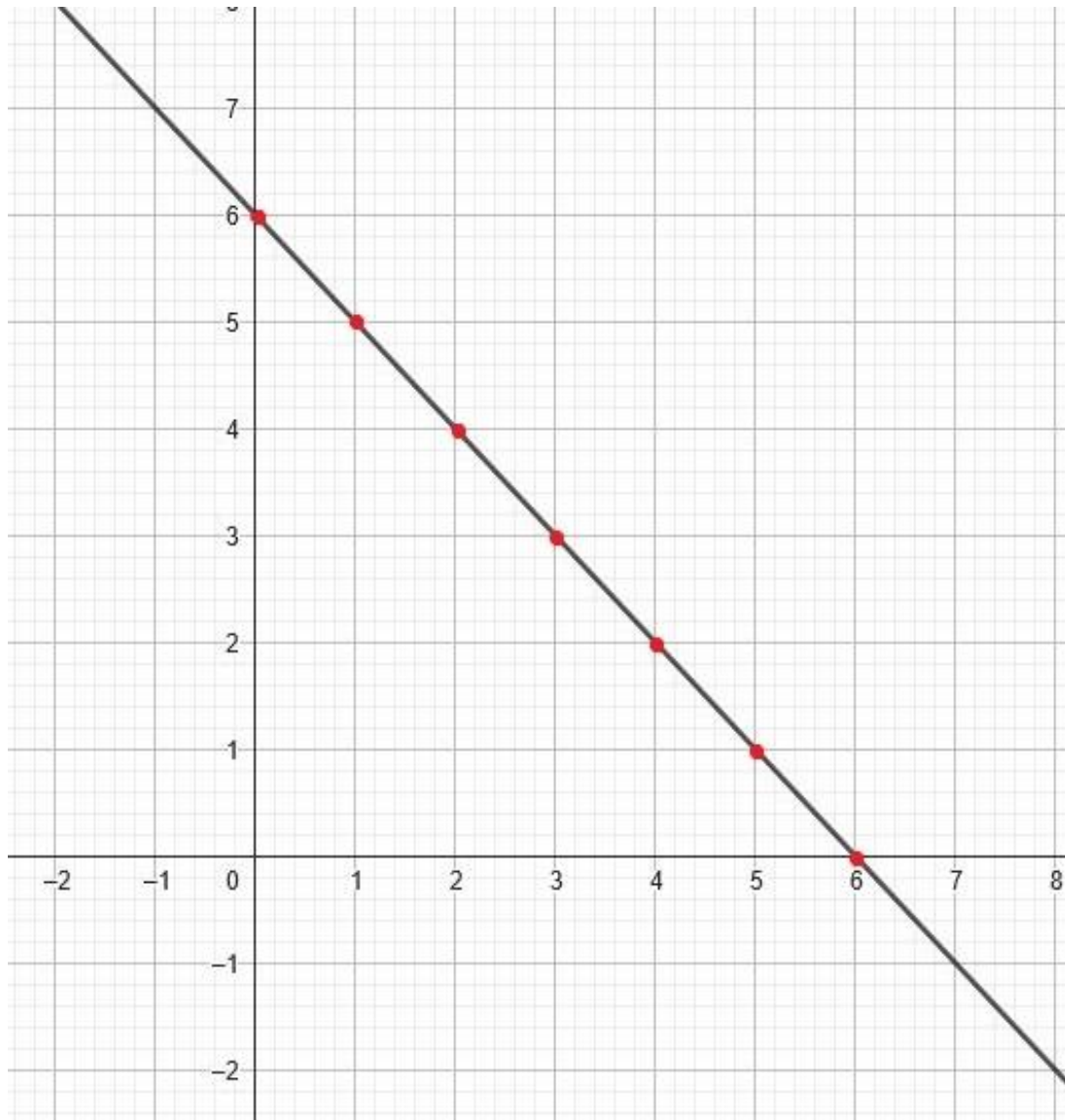
Pour chaque valeur de  $p$  ( $z$  sur la représentation), on retombe sur la fonction  $f(x) \rightarrow y = p - x$  (à une variable)

Pour notre affaire  $p = 6$



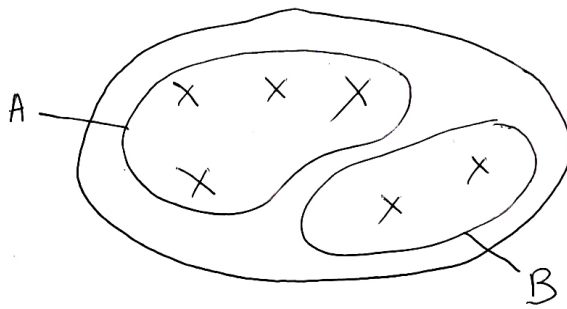
Mais bien sûr, toujours pour notre affaire, on ne souhaite pas couper les garçons et les filles en morceaux et on ne se place pas dans l'anti-matière, donc toutes les valeurs sont entières et positives.

On se contentera des points rouges sur la représentation :



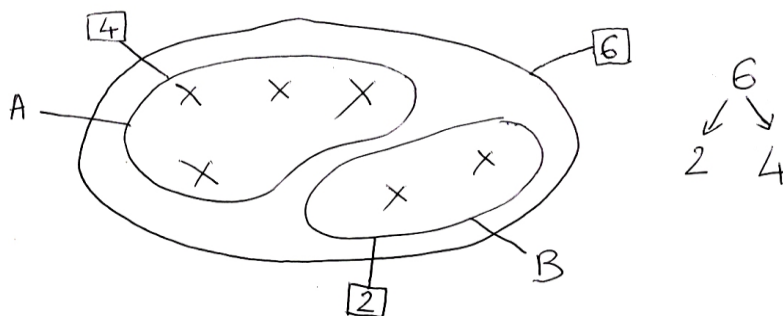
Tout cela ne nous mène pas bien loin, sinon au collège, lycée... pour étendre la réflexion vers d'autres phénomènes physiques (l'énergie, la masse...), économiques (à budget constant, ce qui reste pour l'éducation selon le coût de la défense...).

Concernant le primaire, je verrai plutôt des notions de partage d'un ensemble en 2 sous-ensembles disjoints.



Donc, des décompositions de nombres :

... les compléments à 6, les compléments à 10 (quand on baisse – ou pas – des doigts, combien il reste de doigts levés)...



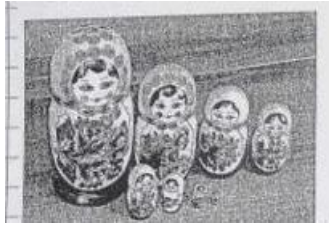
Bien sûr, au lieu de se contenter de 2 sous-ensembles, on pourrait explorer toutes les possibilités de partage et se retrouver à chercher le nombre des parties d'un ensemble, voire de cogiter sur l'axiome de l'ensemble des parties...

Rémi Brault pour le secteur mathématiques.

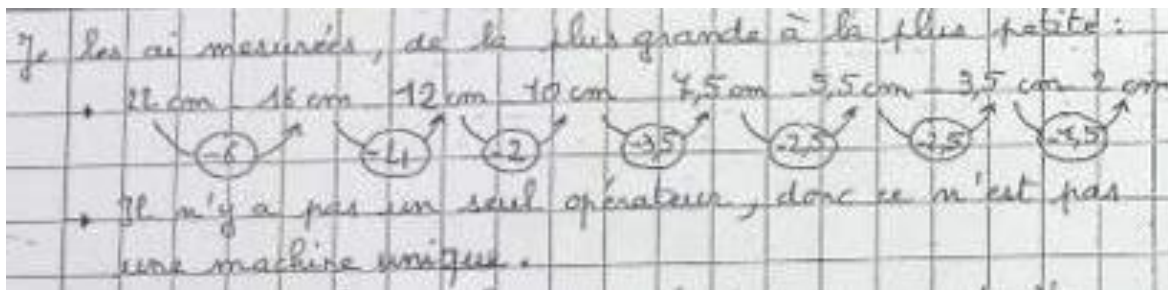
# Pratiques de classes

## Deux recherches courtes à partir de l'entretien du matin

### CM1



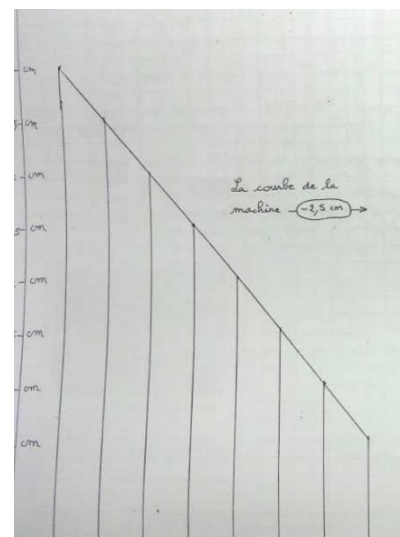
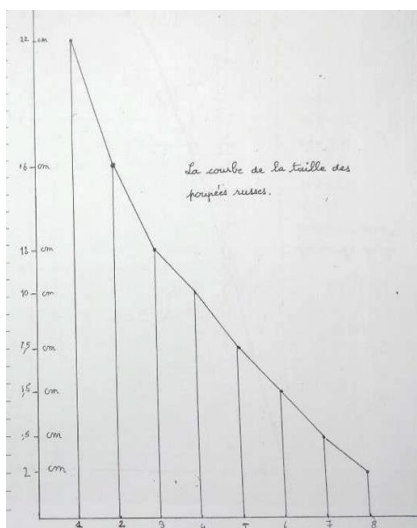
Dans le CM1 de Jean-Marc Guerrien, Fiona présente des poupées gigognes à l'entretien du matin. Elles rapetiissent dans un sens et de l'autre elles grandissent. Comme les enfants travaillent souvent en mathématiques sur les « machines à transformer », c'est-à-dire le plus souvent des fonctions, un enfant se demande si c'est la même « machine » qui permet de passer d'une poupée à l'autre. C'est-à-dire si elles rapetiissent ou grandissent à chaque fois de la même façon. Fiona propose de se pencher sur ce problème.



Fiona a fait la courbe de cette fonction et elle s'aperçoit que les points ne sont pas sur une droite.

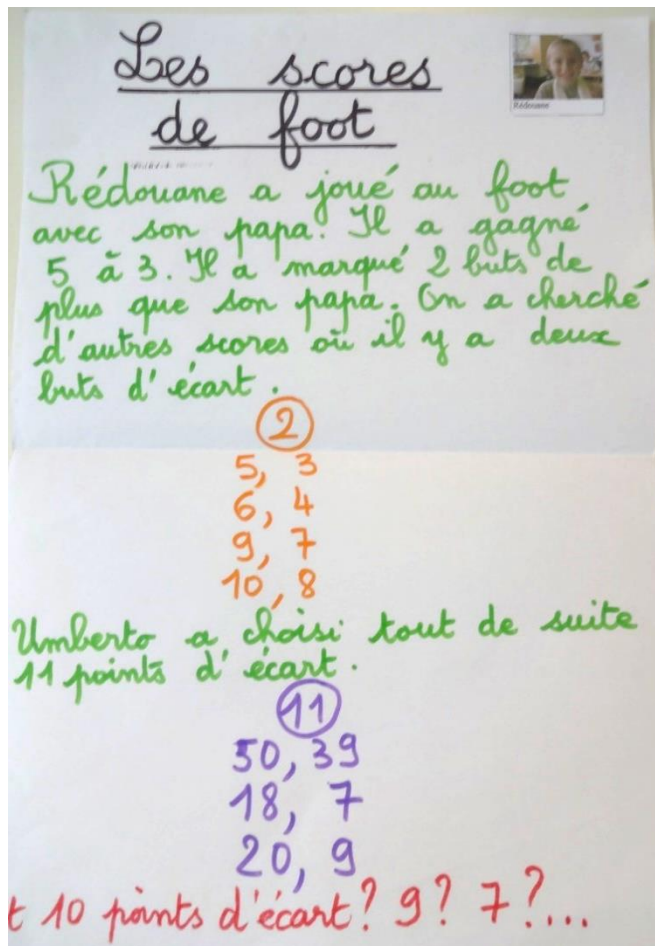
Jean-Marc lui propose : « Et si la machine était toujours la même, par exemple  $-2,5$  ? »

Elle a fait la courbe de cette machine et elle a vu que les points étaient alors sur une même droite.



Dans une classe de CP, Rédouane raconte sa partie de football.

CP



Cette recherche amène les enfants à classer des couples de nombres naturels selon la valeur de leur différence. Il s'agit en fait de couples de la fonction  $y-x = a$  ou  $y = x+a$ .

On peut continuer cette recherche selon le niveau des enfants :

- Et si on voulait trouver la classe du couple (345, 187). On va alors vers une technique opératoire de la soustraction.
- Et si on classait les couples selon la somme des deux nombres ? Selon leur produit ? Selon leur quotient ?
- Et si on travaillait avec des couples de fractions ? Des couples de nombres décimaux ?

