Le point d'inflexion

Bulletin du secteur mathématiques de l'ICEM-Pédagogie Freinet

Avril 2023

Alerte ! Que faisons-nous des mathématiques ?

Depuis bon nombre d'années beaucoup de responsables dont ceux du monde scientifique s'alarment de la situation en mathématiques. Quelques titres d'articles dans les éditions récentes *du Monde*, par exemple :

Le niveau des élèves français en mathématiques continue de baisser (02/10/2020)
Selon le service statistique de l'éducation nationale, plus d'un élève sur deux de CM2 n'a pas les compétences nécessaires pour aborder sereinement l'entrée au collège.

Mathématiques : la France, dernière élève des pays européens (08/12/2020)
L'enquête Timss, réalisée auprès d'élèves de CM1 et de 4e, confirme la place inquiétante de la France, « significativement » en dessous des moyennes internationales de pays comparables.

« La France doit réinvestir dans la recherche fondamentale en mathématiques » explique le mathématicien Pascal Auscher. (19/10/22)

Le CNRS inquiet concernant la désaffection pour les mathématiques
Pas moins de 3,3 millions d'emplois ont un lien direct avec les mathématiques, **une discipline qui pâtit pourtant de l'indifférence des pouvoirs publics, selon le CNRS.** (09/11/2022)
« La situation est très préoccupante et sera catastrophique si nous ne faisons rien. » (14/11/2022)
C'est par ces mots que le président du CNRS, Antoine Petit, a alerté lundi 14 novembre quant à l'état des mathématiques en France, lors de l'ouverture à Paris des assises de la discipline, qui va redevenir obligatoire pour tous les lycéens de la filière générale à compter de la rentrée 2023.

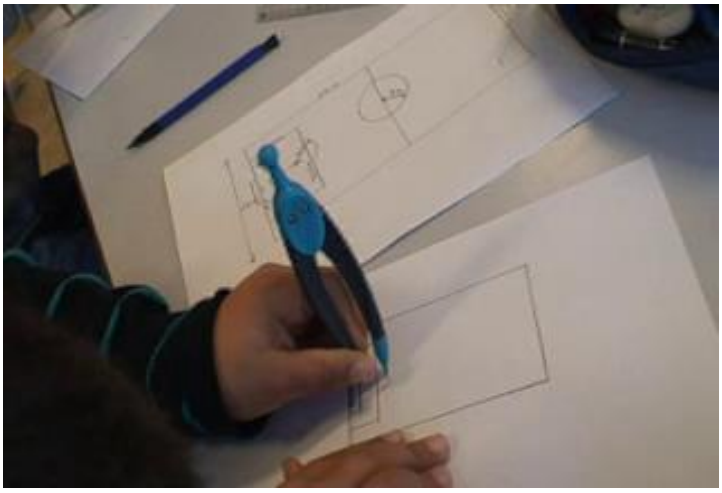
Tout comme d'autres mathématiciens**, Hugo Duminil Copin, médaille Fields 2022** (28 minutes sur Arte, le 26/10/22 **https://www.arte.tv/fr/videos/109500-038-A/28-minutes/**) semble valider notre vision des maths et de leur enseignement :
« Les mathématiques à l'école, on pense que ça va de soi, mais de mon point de vue en tant que mathématicien, c'est quelque chose d'assez contre-intuitif parce que ce que j'aime dans les mathématiques, je ne le retrouve pas du tout dans ce qu'on enseigne à l'école. Ce qui est agréable, c'est de résoudre. **A l'école, essentiellement, on nous demande d'apprendre des résultats et de savoir les ressortir de façon immédiate...**
On passe relativement peu de temps sur l'aspect *« On va se poser une heure – il faut du temps – on essaye de résoudre un problème où on va devoir explorer, chercher telle intuition...»* Ce processus-là, on ne le fait pas trop.
Ce n'est pas les mathématiques qu'on n'aime pas, c'est ce qu'on nous enseigne, cet apprentissage presque par cœur des résultats mathématiques. »

...Pendant ce temps, à l'ICEM, **alors que nous avons des solutions à proposer pour un enseignement des maths enthousiasmant et plus émancipateur…**

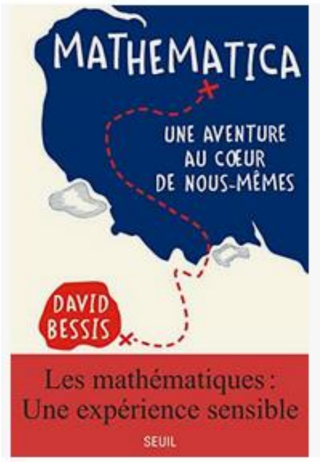
- **Des stages math sont annulés (2021, 2022) faute de participants,**
- **le secteur math peine à se renouveler (lors de la dernière réunion de coordination, les 7 participants étaient tous retraités),**
- **on a de plus en plus de mal à trouver des classes pouvant montrer un travail régulier et éprouvé en mathématiques vivantes.**

Bien sûr ici ou là, des groupes essaient de s'organiser pour repenser formation, coformation, mais est-ce suffisant pour apporter des contre-exemples solides et convaincants face à la situation alarmante de l'enseignement des mathématiques en France ?

Secteur math ICEM (secteur.math@icem-freinet.org)



Nos lectures



Le livre de David Bessis « **Mathematica »** m'a fortement marqué. Il dit des choses que je pense vraies sur l'activité mathématique et qu'il est bon, à mon avis, de savoir si l'on veut faire ou enseigner des maths.

Après sa lecture, j'ai eu besoin de mettre de l'ordre dans ce que j'en avais compris et je me suis dit aussi que cela pouvait être utile de proposer un résumé à ceux ou celles qui ne l'avaient pas lu. Voici donc quelques notes résumant certains propos de ce livre.

Les notes de lecture de Xavier Fleury

Tout le monde peut faire des maths
Une bonne nouvelle : toute personne peut comprendre et faire des maths grâce à une capacité universellement partagée : celle de se construire une intuition des concepts mathématiques. Pour cela, une fois en contact avec un concept mathématique, il s'agit de s'en faire une image mentale et de l'utiliser pour répondre à une question mathématique qui fait appel à ce concept.
Par exemple, si l'on veut répondre à la question mathématique : en combien de points une droite peut-elle couper un cercle ? On imagine une droite et un cercle. La droite se déplace et peut couper ou non le cercle. On « voit » alors qu'il peut y avoir 0, 1 ou 2 points d'intersection et pas plus.
Pour des questions mathématiques plus compliquées, les images mentales élaborées pourront être fausses. On est alors amené à se demander en quoi elles sont fausses puis à les améliorer pour pouvoir les utiliser de nouveau. On recommence ainsi jusqu'à ce que les images mentales créées permettent d'obtenir des réponses justes aux questions mathématiques étudiées.

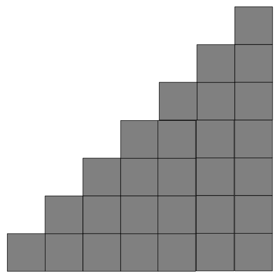
Quelle est la place de la formalisation rigoureuse en mathématiques ?
La formalisation des raisonnements que l'on est amené à faire à partir des images mentales que l'on s'est fabriqué permet de déterminer si ces images sont justes ou non. Cette formalisation nécessite une certaine maîtrise de la langue mathématique.

Pourquoi la langue mathématique est-elle si rebutante ?
Il y a une différence fondamentale entre une définition mathématique et une définition d'un mot d'une langue que les humains parlent. En mathématique, la définition crée l'objet alors que dans une langue humaine la définition vient juste préciser l'objet. C'est ce qui rend les définitions mathématiques déroutantes.
Le sens des mots de la langue mathématique peut donc se réduire à leur définition. C'est le prix à payer pour parler de choses invisibles.

La langue mathématique est une langue inventée pour formaliser et démontrer et non pour communiquer. Sachant cela, il vaut mieux éviter de se perdre dans la lecture d'un livre de maths. Une telle lecture n'est pas la bonne voie d'accès aux mathématiques.
L'usage que l'on peut faire d'un livre de maths, c'est d'aller y chercher l'information qui intéresse, de lire les quelques lignes concernant cette information et de se faire une image de ce que ces lignes disent jusqu'à ce que cette image prenne un sens pour soi.

« Comprendre les mathématiques, c'est apprendre à remplir avec de bonnes idées les coquilles vides que sont les mots de la langue mathématique. »

Qu'est-ce qu'une bonne image mentale mathématique ?
Pour résoudre un problème mathématique, il suffit de bien le représenter par la pensée. Exemple du calcul de la somme des entiers de 1 à 100 : cette question peut être représentée simplement par un empilement de cubes en forme d'escalier à 100 marches.
Cette représentation permet de penser à des outils (formule de l'aire d'un triangle) qui permettent de résoudre facilement la question posée ou au moins d'en fournir une solution approchée.
Ainsi, une bonne image mentale mathématique est une image qui permet de faire des liens avec des connaissances mathématiques dont on dispose.


Représentation par un escalier de la somme des entiers de 1 à 7

Pour un même problème, il y a plusieurs images possibles. Le problème précédent peut aussi être résolu en pensant à la notion de moyenne : une somme, c'est la moyenne des valeurs multipliée par le nombre de valeurs. Il restera à trouver la moyenne des entiers de 1 à 100.

Comment se fait-il qu'il y ait des écarts de niveaux si importants en mathématiques ?
Jusqu'ici, l'enseignement des maths n'a laissé aucune place à l'entraînement de la capacité à fabriquer des images mentales des concepts, probablement par non-conscience de son importance.

La biologie n'explique pas les écarts entre les performances en mathématiques des jeunes à l'école. Il est possible qu'elle joue un rôle, comme elle joue un rôle dans les écarts de performance en course à pied. Ce rôle peut expliquer des performances deux fois ou trois fois meilleures pour certains sujets ayant suivi le même entraînement que d'autres. Mais en mathématiques, les écarts de performance sont bien plus grands que cela. Une meilleure hypothèse pour expliquer cet écart de performance : l'entraînement suivi à l'école n'a que peu d'effet sur les performances réalisées. L'entraînement pertinent - se fabriquer des images mentales - est négligé par l'école et est le fait du hasard. Certains sujets le pratiquent inconsciemment en étant amené, par les situations de vie qu'ils ont traversées, à effectuer des opérations mentales utiles pour les mathématiques. Ce fut le cas de Thurston (grand mathématicien géomètre du XXe siècle) : sujet à un défaut de vision le privant de la capacité naturelle d'apprécier la profondeur et les reliefs, il dut consciemment s'y exercer et se construisit, tout jeune, cette capacité. Cela développa son intuition géométrique et le rendit capable, plus tard de se construire une vision en quatre dimensions. Il est possible de développer son intuition géométrique par divers exercices d'imagination de lieux, de dessins animés…

Que nous apportent les mathématiques ?
Les concepts mathématiques transforment notre façon de voir le monde. Se les approprier permet de mieux comprendre le monde. Par exemple le principe de numération décimale permet d'y voir plus clair dans les nombres et les quantités. Grâce à ce principe, il nous est facile de voir ce que peut donner 1 milliard – 1. Pour un romain de l'antiquité c'était incomparablement plus difficile.

En s'appropriant des concepts mathématiques de niveau de plus en plus élevé, on accède à une compréhension de plus en plus profonde de divers aspects de la réalité.

Thurston propose une vision des mathématiques enthousiasmante et humaniste : les mathématiques ne sont pas la quête de vérités éternelles mais une activité humaine collaborative tournée vers la compréhension. Elles produisent de la clarté et de la compréhension et se font grâce aux relations entre les êtres humains. Il y a toujours des idées qui ont besoin d'être clarifiées et des mathématiques à faire pour cela.

Comment faire pour progresser en mathématiques ?

Quand on veut comprendre une notion mathématique, le plus court chemin, c'est d'en discuter librement avec quelqu'un qui la comprend vraiment et qui peut transmettre ses images mentales grâce à des métaphores ou des récits clairs. Toutefois cette capacité à transmettre est un véritable art.

En racontant son activité mathématique, Grothendieck, grand mathématicien du XXe siècle, a exposé sa méthode. Celle-ci suit les principes qui sont expliqués dans les paragraphes précédents.
Lorsque ce grand mathématicien avait fabriqué une image mentale qui lui paraissait satisfaisante, il disait qu'il avait un yoga pour le concept visé. Pour savoir si ses idées étaient bonnes, il écrivait ses raisonnements en langue mathématique, s'appuyait ainsi sur les définitions mathématiques et la logique ; l'écriture lui disait s'il aboutissait à des choses justes ou non. L'écriture faisait ainsi partie de son travail de recherche mathématique.

Pour un débutant, la priorité est de chercher à se créer des images mentales. En cours de maths, cela peut être plus utile que de prendre des notes…

La découverte d'objets mathématiques est le résultat de gestes mentaux.
On sait que l'on a fait une découverte mathématique lorsqu'on arrive à voir quelque chose qu'on ne voyait pas avant. Comme le petit enfant qui découvre certaines formes : le carré, l'étoile, le cercle…
La capacité à voir de nouveaux objets mathématiques permet d'accéder aux liens qu'il y a entre eux et fait progresser dans la compréhension des mathématiques.

Lorsqu'on teste les images mathématiques que l'on s'est fabriqué sur des problèmes, il est indispensable d'écouter les impressions qu'on retire de ces tests : si « quelque chose cloche », il s'agit de comprendre d'où vient cette impression et d'adapter les images que l'on s'est fabriqué pour aller vers davantage d'exactitude. Cette capacité d'écoute de ses impressions et des éventuelles dissonances ressenties, c'est ce que Descartes appelle le doute.

Les êtres humains ont la capacité de se construire une intuition de plus en plus performante

Il y a plusieurs exemples de personnes qui ont construit des images adaptées à la réalité qui les entourait pour mieux y évoluer :

- Thurston qui s'est construit une vision tridimensionnelle à partir d'images bidimensionnelles qu'il ne pouvait naturellement fusionner (à cause de son défaut de vision) ;
- Ben Underwood, aveugle, qui s'est construit un sens de l'espace qui l'entourait par écholocalisation ;
- John Dalton qui, prenant conscience qu'il ne voyait pas les mêmes couleurs que les autres, s'est attaché à affiner sa perception des couleurs pour comprendre ce que les autres voyaient.

Leurs expériences montrent que l'être humain est capable de se construire des images mentales efficientes à partir d'une perception partielle de la réalité.

C'est une capacité du cerveau, la plasticité mentale, qui permet de voir de nouvelles choses et d'affiner indéfiniment les images mentales que l'on s'est fabriqué.
C'est grâce à la plasticité mentale que l'être humain peut progresser en mathématiques.

Une description du processus d'élaboration des connaissances mathématiques
Un problème mathématique est posé. Nous cherchons d'abord à y répondre par une pensée intuitive, mettant en jeu des images mentales qui dépendent de notre bagage et qui nous viennent quasi instantanément.
Ce type de pensée est appelé le « système de pensée 1 », selon la terminologie d'un psychologue, Daniel Kahneman, qui a travaillé sur les biais cognitifs.
L'établissement de la véracité de la réponse donnée par le système 1 repose sur l'utilisation de règles logiques et de procédures d'établissement de preuve. La pensée utilisée pour cela n'est pas de la même nature que la pensée intuitive du système 1. Il s'agit de la pensée du « système 2 ».
Il est fréquent que le système 2 montre que la réponse du système 1 est erronée. Pour résoudre le problème, il devient alors nécessaire de fabriquer de nouvelles images mentales qui en donneront une représentation plus juste. Cela se fait lentement, en y pensant, en laissant reposer, puis en y repensant, jusqu'à ce que nous « voyions » une nouvelle image. Ce type de pensée est celui du système 3.

L'enseignement des maths accorde une place prépondérante au système 2. C'est cependant le système 3 qui permet d'avancer dans la compréhension mathématique et qui est à travailler en priorité. L'échelle de temps de son développement est plus longue que celui du système 2. Une métaphore : le système 2 consiste à assembler une mécanique précise pour faire une machine qui fonctionne, le système 3 consiste à s'occuper d'une plante jusqu'à ce qu'elle produise des fruits.

Il n'y a pas d'astuces en maths.
Les astuces sont des procédés qui permettent de résoudre un problème rapidement en disposant ses composantes de façon improbable, de sorte que celui qui assiste à l'astuce se demande : mais comment a-t-on pu penser à cela ? En fait, personne n'a pensé spontanément à cela. On s'est juste amuser à fabriquer une présentation impressionnante d'une solution, pour aller vite, pour épater, pour mettre fin à toute discussion.

Par exemple : pour calculer 1 + 2 + 3 + … + 100, il suffit de calculer 2 fois cette somme en écrivant :

$$\begin{array}{ccccc} 1 & +\ 2 & +\ 3 & + \dots & +\ 100 \\ +\ 100 & +\ 99 & +\ 98 & + \dots & +\ 1 \end{array}$$

En additionnant en colonne, on voit que le double de la somme cherchée vaut :

$$101 + 101 + 101 + \dots + 101 \quad = \quad 100 \times 101$$

et le tour est joué.

Comment a-t-on pu penser à calculer le double de la somme cherchée et à en disposer les termes ainsi ? On n'y a pas pensé lorsqu'on a cherché à résoudre le problème. On s'est juste amusé à fabriquer cette solution après coup, par exemple en imaginant 1 + 2 + 3 + … + 100 comme un assemblage de cubes qui forme un escalier à 100 marches et en voyant ainsi un triangle « pixelisé » (voir encadré ci-dessus). En s'amusant avec cette image mentale, on peut arriver à fabriquer l'astuce précédente (il suffit pour cela de prendre deux exemplaires de ce triangle pixelisé et de les emboîter). Mais cela vient après l'essentiel, après l'image de l'escalier et après avoir trouvé la réponse au problème.

L'astuce décourage. Elle peut laisser penser que résoudre des problèmes de maths est inaccessible parce qu'on n'est pas capable de trouver les bonnes astuces. Mais il n'y pas de raison de penser cela parce qu'en réalité, les mathématicien ne passent pas par des astuces pour résoudre des problèmes de maths.

Liste subjective des grands mathématiciens de l'histoire des mathématiques
Thalès – Pythagore – Euclide – Archimède – Al Khwarizmi – Descartes – Newton – Leibniz – Euler – Gauss – Riemann – Cantor – Poincaré – Von Neumann - Grothendieck

Parler de maths, c'est se parler entre égaux
Il n'y pas de position d'autorité. Celui qui a compris essaie de transmettre ses images et recommence si l'autre ne voit pas. Celui qui veut comprendre pose des questions dès qu'il ne voit pas. Cela peut paraître des questions « stupides », cela n'a pas d'importance. Ce qui compte c'est de saisir ce qui va permettre de se fabriquer les bonnes images pour comprendre.

Oser le doute cartésien
Le doute cartésien, « quelque chose cloche », est la boussole qui peut guider vers l'établissement de vérités. Selon Descartes, une vérité est reconnue par l'esprit. Quand une pensée se fait « fort claire et fort distincte », il sait que la vérité est là et peut construire dessus une connaissance.

Mais douter est difficile car cela peut conduire à balayer certaines de ses certitudes. Il faut alors accepter d'évoluer dans l'incertitude.

Faire des mathématiques permet de suivre un chemin qui amène à des vérités, où des incertitudes ont fini par s'évanouir. Cette expérience arme psychologiquement pour oser douter.
« L'assurance du mathématicien est l'une des faces d'une disposition d'esprit dont l'autre face est l'ouverture au doute ».

Douter d'une affirmation qui n'apparaît pas « fort claire et fort distincte » mobilise l'imagination : il faut alors imaginer une situation, un scénario où l'affirmation en question est mise en défaut. Les concepts en jeu dans l'affirmation à rectifier doivent alors être revisités pour fabriquer de nouvelles images mentales. Le doute cartésien est un des ressorts de la pensée du système 3, pensée qui demande maturation et parfois méditation.

Comment donner envie de faire des maths ?
Enfant, nous avons vu d'autres faire du vélo et cela nous a donné envie d'en faire. Nous les avons imités et petit à petit nous y sommes arrivés. Nous avons alors connu cette sensation de liberté de glisser dans le vent avec légèreté.
Mais, nous ne pouvons pas voir un mathématicien faire des maths. Celui-ci en fait avec les images qu'il a dans la tête et ces images il ne peut pas les montrer. Lorsqu'il avance dans un problème, il voit de nouveaux concepts, de nouvelles relations entre ceux-ci et cela lui procure de la jouissance. Nous pouvons éventuellement voir la joie transparaître sur son visage mais nous pouvons difficilement imaginer ce que peut être cette émotion en tout cas pas aussi nettement que la sensation de glisser dans le vent sur un vélo.
Alors comment le mathématicien pourrait-il nous donner envie de faire des maths à notre tour ?

Cela est pourtant possible. Il y a un parcours émotionnel qui peut être proposé au non-mathématicien et qui peut faire vivre une expérience mathématique :

- Présenter un problème qui « donne le vertige », c'est-à-dire un problème mettant en jeu des concepts dont on ne pensait pas pouvoir parler précisément. L'infini par exemple. *Sur un damier infini, y a-t-il autant de cases que de points dans une droite ?*
- Indiquer un chemin qui permet d'apporter une réponse à ce problème. C'est alors qu'il y à transmettre des images qui permettront au non-mathématicien de voir de nouvelles choses, de progresser là où il ne pensait trouver qu'un abîme ou du brouillard. Cela pourra lui donner une sensation de clairvoyance voire de puissance.

Ensuite, pour faire des maths par lui-même, il faudra que l'apprenti mathématicien se mette à fabriquer ses propres images. Pour cela, il ne pourra pas procéder par imitation comme il avait pu le faire pour apprendre à faire du vélo ou d'autres choses. Il lui faudra être créatif.

Des exercices pour se rendre capable de fabriquer des images mentales

- imaginer une séquence d'un film du début à la fin ou se jouer intérieurement un morceau de musique ;
- enregistrer les souvenirs de ses rêves ; on peut s'aider pour cela de l'écriture qui oblige à être précis et à fixer des sensations ;
- dans un état entre veille et endormissement, penser à des sujets préoccupants sans y réfléchir mais simplement en les évoquant et en les laissant suspendus dans son esprit ;
- imaginer l'espace depuis un autre point de vue que le sien ;
- essayer de voir des choses invisibles comme par exemple la tension à la surface d'une bulle de savon ;
- développer des images mentales non visuelles basées sur des sensations : effets d'une force, odeur ...

Les limites de la pensée mathématique

Les mathématiques permettent d'établir des vérités éternelles sur les objets qu'elles définissent, qui sont des abstractions.

Pourrait-on utiliser la méthode des mathématiciens pour produire des vérités inébranlables hors des mathématiques ? Non, ce n'est pas possible.
La réalité à laquelle nous sommes confronté ne peut être entièrement saisie par un langage qui aurait la propriété de la langue mathématique, à savoir d'être compatible avec le raisonnement logique.
La langue humaine qui tente de saisir cette réalité n'a pas cette propriété. Une des raisons à cela est qu'il n'est pas possible avec la langue humaine de donner des définitions qui caractériseraient entièrement les êtres et les choses que nous percevons. Par exemple, bien que nous reconnaissions immédiatement un éléphant, il n'est pas possible de donner une définition qui épuiserait entièrement le concept d'éléphant.

Le raisonnement logique peut être utilisé hors mathématiques pour mieux comprendre la réalité mais il est dangereux de donner à ses conclusions une valeur de vérité.
Il peut être utilisé comme le dit Descartes pour « marcher avec assurance dans cette vie » mais, hors des mathématiques, ce qui nous apparaît comme « fort distinct et fort clair » n'est pas nécessairement vrai. Le croire et se déterminer prioritairement selon de telles convictions peut conduire à des comportements dangereux où l'on se coupe du monde.

La notion de vérité en mathématique ne peut être transposée directement hors mathématiques. Plutôt que d'une proposition vraie, on pourra parler d'une proposition intéressante, pertinente, éclairante, sur le monde.

Comment se forment nos images mentales ?

L'exposition répétée à des images qui ont des aspects semblables fait que dans notre cerveau des réseaux de neurones se créent selon une architecture par couches. Les couches superficielles sont activées lorsque des formes primitives sont reconnues (lignes, points lumineux), les couches plus profondes le sont lorsque des formes plus élaborées sont reconnues.
Dans ces réseaux, certains neurones ou certains groupes de neurones sont activés lorsque nous sommes en présence d'une image qui a un certain ensemble de caractéristiques. C'est ainsi que nous pouvons reconnaître un éléphant face à une grande variété d'individus de l'espèce éléphant.

Nous sommes donc capables de reconnaître un ensemble de points communs entre des individus d'une même espèce biologique, ensemble que l'on peut appeler un concept.

Dans notre cerveau, se trouvent des multitudes de groupes de neurones chacun correspondant à un concept. Face à une situation nouvelle notre pensée intuitive, celle du système 1, mobilise ces concepts quasiment instantanément. Il se peut alors que nous soyons surpris et que les concepts à notre disposition

ne permettent pas de relier ce que nous voyons à ce que nous connaissons déjà. Cela peut être le cas par exemple si nous rencontrons un éléphant dont on a coupé la trompe.
La capacité de plasticité mentale de notre cerveau entre en jeu dans ce cas. Cette capacité consiste à faire évoluer les réseaux de notre cerveau et les caractéristiques des groupes de neurones capables de reconnaître certains concepts. Cela se fait lentement, par imprégnation des images nouvelles et leur questionnement. Ce type de pensée est ce qui a été appelé le système 3. Cette pensée met du temps à produire des effets. Elle permet de développer et d'affiner les concepts dont nous disposons jouant ainsi un rôle essentiel dans l'apprentissage.

Comment se forment nos images mentales mathématiques ?
En imaginant de nouveaux concepts mathématiques et en exerçant la pensée du système 3 afin de façonner ces images mentales pour qu'elles aient plus de finesse, des liens plus nombreux et plus étroits avec les autres concepts dont nous disposons, nous avançons dans notre compréhension mathématique. La vue et les autres sens utilisés pour former notre capacité à reconnaître divers concepts liés aux êtres et aux choses (comme le concept d'éléphant) sont remplacés pour les mathématiques par l'imagination.

Ainsi, pour comprendre des mathématiques, il faut commencer par se forcer à en imaginer les concepts, quitte à produire des images fausses que nous améliorerons ensuite. Le doute nous permet de savoir si nos images sont inexactes. La transmission à autrui de ces images et leur formalisation sont aussi un moyen d'éprouver leur justesse. Une pensée contemplative, créative, prenant son temps, permet de faire évoluer ces images jusqu'à ce qu'elles représentent les concepts de manière exacte.

Tout être humain étant petit a pu mettre des images derrière les mots de sa langue maternelle pour apprendre à parler. De la même façon, tout être humain peut faire des mathématiques.

Pratiques de classes

Une recherche mathématique collective
Classe de Charline Ouattara / GS maternelle REP+ / 11 élèves
Classe de GS dédoublée/ École maternelle Anne Frank/ Mons-en-Barœul
2 février 2023
Compte rendu, compagnonnage et analyse : Danielle Thorel

Pendant l'accueil, les enfants peuvent dessiner librement. Ceux qui le désirent peuvent présenter leurs créations. Youssef présente son dessin à la classe. Youssef est un enfant qui ne parle pas, il faut beaucoup le stimuler pour qu'il prenne la parole. Il est en grosse difficulté pour les apprentissages.

Voici les échanges qui ont eu lieu entre les enfants avec des interventions de la maîtresse (M) :

Adam : C'est qui le bonhomme ?
Youssef : C'est un bonhomme que j'ai fait
Lilia : C'est quoi la tache bleue là, euh…à gauche?
Youssef : *pas de réponse*
M : Qu'est-ce que ça pourrait être ?
Élèves : un miroir pour que le bonhomme se regarde…une flaque d'eau…
M : Lilia tu as dit à gauche, c'est à ta gauche quand tu regardes le bonhomme.
Lilia : Oui par là à gauche
Amjad : Il y a de la pluie là, et son bonhomme il reste quand-même dehors, il pourrait rentrer dans sa maison.
Zeynep : Oui mais la maison elle est trop petite, il peut pas entrer dedans, il est plus grand.
Kacem : y'en a deux de maisons, une à droite, une à gauche on sait pas quelle maison il va…
Adam : Les deux maisons elles sont pas pareilles, y'en a une qui a plus de fenêtres.
Selma : Il est drôle son bonhomme, on dirait que sa tête est coupée en deux, sa robe aussi.
Et puis, sa tête est plus grosse d'un côté, sa robe aussi on dirait…
M : ah bon…Tu penses que sa tête est plus grosse d'un côté que de l'autre et sa robe aussi. Comment on pourrait être sûrs ?
Élèves : …silence
M : On pourrait plier la feuille pour le savoir. Je vais photocopier le dessin de Youssef pour que son dessin ne soit pas abîmé…Vous allez voir, on va pouvoir faire des mathématiques avec la photocopie.

M revient avec la photocopie. M plie le feuille pour voir si la tête et la robe sont plus grosses d'un côté. On vérifie par pliage en plaçant le dessin contre une vitre. On s'aperçoit que ça ne se recouvre pas parfaitement.

M : Vous avez dit que le bonhomme est coupé en deux, je vais plier le bonhomme en deux et je vais tracer la ligne du pliage. Et les maisons on pourrait regarder ?
Élèves : Elles sont pas pareilles non plus.

Vient alors l'idée qu'on pourrait regarder tous les objets du dessin et le transformer pour que tout soit pareil des deux côtés et que ça se recouvre quand on plie la feuille.

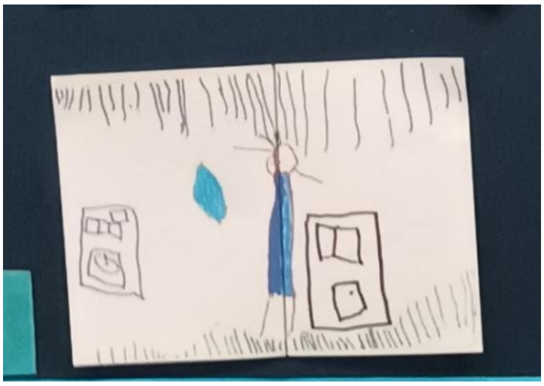
M : Qui vient dessiner la flaque d'eau à droite.
Un enfant essaie
Adam : Elle est tordue, elle est pas de la même taille que l'autre, elle est trop loin.
M : trop loin de quoi ?
Adam : trop loin du bonhomme.
On essaie de bien la dessiner à la bonne place
M : Qui vient dessiner les cheveux ?
Un élève vient dessiner
M : C'est comme ça les cheveux ? Tout le monde est d'accord.
Selma : Y'en a un comme ça (elle fait un geste de sa main vers la droite) et un comme ça (elle fait un geste vers la gauche) y faut faire les deux pareils à droite. *Il fait le geste avec ses mains de deux droites parallèles*
M : Tu veux dire que les deux cheveux doivent suivre la même direction
Manel : Non, on peut pas, les cheveux c'est comme ça *Il fait un geste avec ses deux mains dans des directions opposées.*

M : Alors, dis le bien, l'un va vers la droite et l'autre vers la gauche. C'est comme quoi aussi dans le dessin.
Amjad : Ben la robe c'est comme ça. *Il fait un geste avec ses deux mains pour montrer que la robe s'évase vers le bas.*
Zeynep : Ben oui une robe c'est comme ça. *Elle refait le geste.*

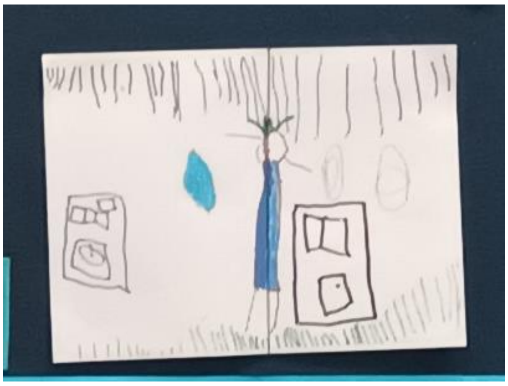
Les enfants commencent à échanger entre eux, la maîtresse commence à abandonner sa position solaire. C'est ce que nous devons rechercher.

Les paroles amènent à transformer la robe, les cheveux, les maisons, les jambes, les pieds et même la pluie et l'herbe.
(Et c'est l'une des rares fois où Youssef participe)
Le vocabulaire des relations spatiales ainsi que celui des relations entre la taille des objets sont beaucoup utilisés : plus haut, plus bas, à la même hauteur, la même grosseur, la même longueur, la même taille, tordu, arrondi, droit, penché, couché, debout, vers la droite, vers la gauche, vers le bas, vers le haut, plus loin de, plus près de…

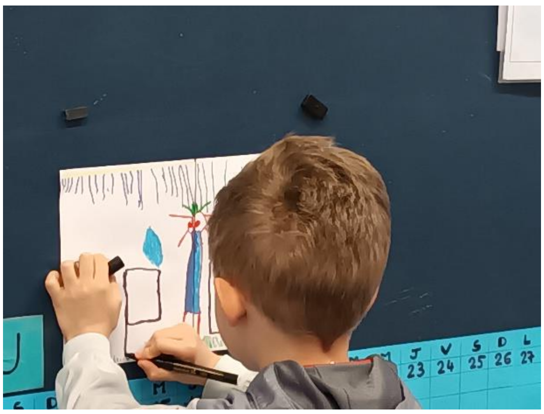
Voici les étapes de la transformation du dessin :



Dessin original photocopié avec la ligne de pliure tracée

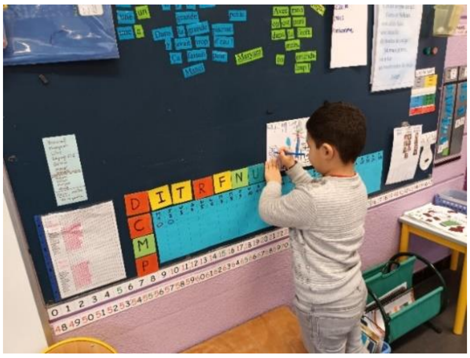


Essai pour dessiner la flaque d'eau de l'autre côté. Débat.



Essai pour dessiner l'une des maisons de l'autre côté

Essai pour dessiner l'autre maison



Quelques corrections

Dessin final

M : En mathématique, le dessin qu'on vient de faire ensemble, on dit qu'il est **symétrique**. Quand on le plie le long de cette ligne, les éléments du dessin doivent se recouvrir exactement.

On vérifie par pliage si on a bien fait, on s'aperçoit que ce n'est pas tout à fait exact. On n'a pas vraiment réussi.

M : Après la récréation, je vous propose d'essayer de faire un dessin symétrique. Quand on plie la feuille en deux, ,les dessins doivent se recouvrir. On va tous essayer. On va chercher comment on peut faire. On va faire une recherche mathématique.

L'une des définitions des mathématiques est celle-ci : « Les mathématiques apparaissent comme la science qui étudie les *relations* entre certains *êtres abstraits* définis d'une manière arbitraire, sous la seule condition que ces définitions n'entrainent pas de contradictions. Il faudrait toutefois ajouter [...] que ces définitions ont été tout d'abord suggérées par des analogies avec les objets réels. » Émile Borel

On peut penser que les mathématiques commencent quand on fait des relations entre des objets. C'est bien ce qui se passe ici. Dès qu'on établit des relations entre les objets de ce dessin, on entre dans les mathématiques. Quand les enfants disent

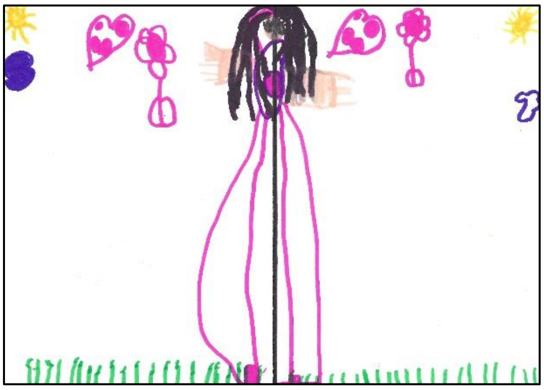
« Le bonhomme est plus grand que la maison »
« Il y a plus de fenêtres dans l'autre maison »
« Sa tête est plus grosse d'un côté que de l'autre »

ils ne sont plus dans le descriptif statique du dessin, dans l'énumération, intuitivement ils établissent des relations entre des objets abstraits : la hauteur de la maison et la hauteur du bonhomme (qu'on définit par des nombres), le nombre de fenêtres d'une maison et le nombre de fenêtres de l'autre maison.
Le problème apparait souvent quand quelque chose que l'on voit vient heurter une connaissance existante. Selma a cette connaissance empirique de la symétrie du visage et de la plupart des vêtements. Elle ne la retrouve pas dans ce dessin. Il faudrait retrouver cette symétrie. Comment faire pareil des deux côtés de la ligne ?
Il me semble qu'à partir du moment où on problématise, un vrai débat mathématique peut s'engager avec affirmations, réfutations et argumentations. Les enfants s'animent davantage et le langage mathématique peut se déployer. De plus, il y a ici une technique de validation qui est le pliage et l'observation par transparence sur la vitre.
Chaque enfant a participé et l'attention a été soutenue.

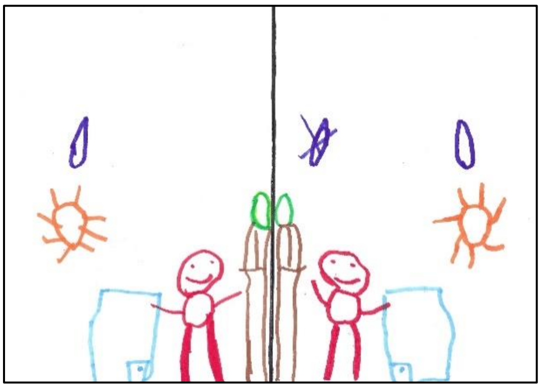
Les productions ont été riches. On a eu le temps d'en présenter quelques une avant la pause du midi.

Le débat a porté surtout sur la taille des objets. Un enfant a dit que sur la partie à droite, la fleur devait être de l'autre côté du cœur. Un débat s'est engagé.

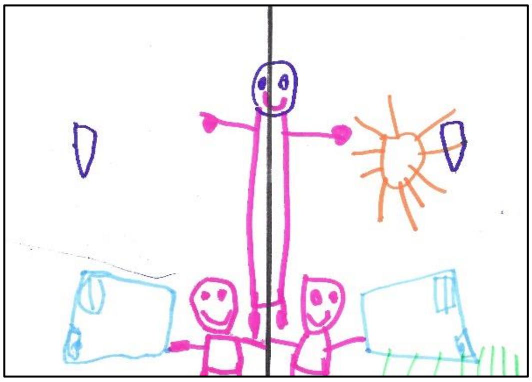
Le débat a porté sur la position des nuages (deux sont collés, les autres non) et sur le nombre des rayons du soleil.



D'un côté la jambe n'est pas droite, un bras est plus haut que l'autre, il y a un cœur plus penché. L'un est couché, l'autre debout.
Les enfants n'ont pas fait de remarques sur la position des cœurs et des fleurs.



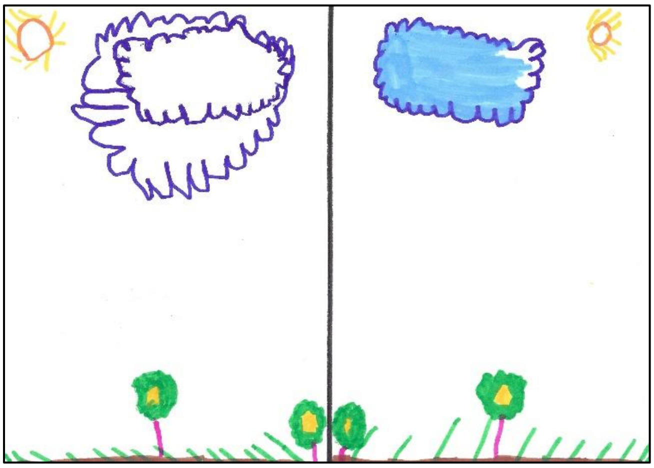
Adam est le seul enfant qui a essayé de plier la feuille. Il s'est aperçu qu'en repliant la feuille sur son dessin, on le voyait par transparence. Il a décalqué son dessin et en ouvrant, on le revoit par transparence. On peut donc encore le décalquer.
Il fait une erreur pour la flaque d'eau et barre son dessin. **Il entre dans un tâtonnement mathématique, il apprend à penser.**



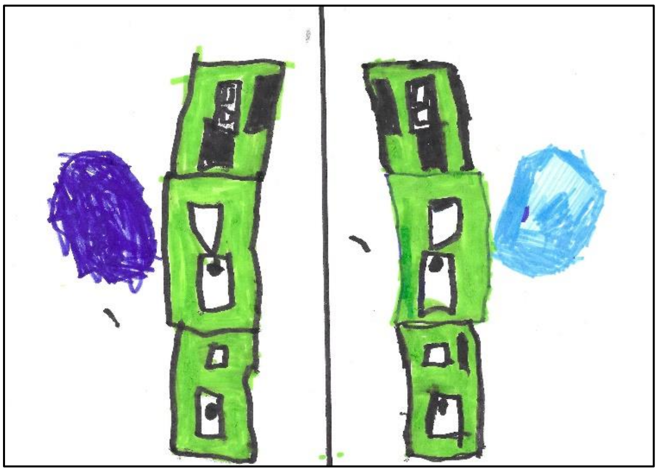
Maryam est assise à côté d'Adam et l'imite. Elle pratique comme lui la technique du décalquage. **Freinet pensait que l'imitation fait partie intégrante du processus de tâtonnement.**

Pour ceux que ça intéresse voir l'article sur « la loi de résonance » dans « Dictionnaire de la Pédagogie Freinet » éditions ESF-ICEM.

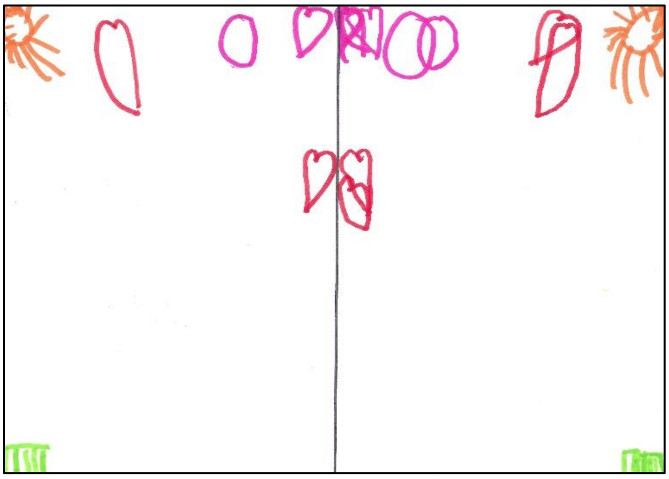
Le lendemain, la maîtresse demande aux enfants de refaire d'autres dessins symétriques ou de continuer celui fait hier.



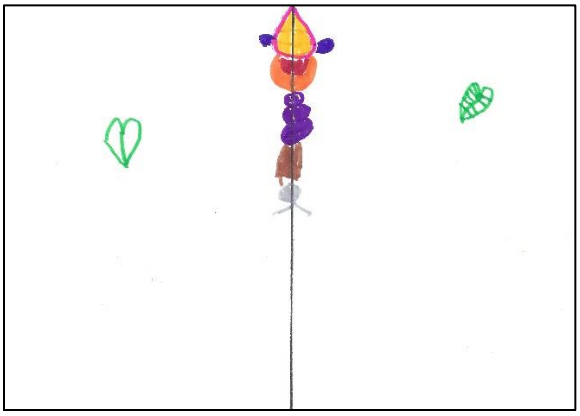
Amjad reprend son dessin de la veille et en utilisant la transparence sur la vitre et arrive à « corriger » le nuage qu'il avait fait trop grand. Il ajoute aussi une fleur.



Youssef utilise aussi la transparence sur la vitre pour compléter son dessin.

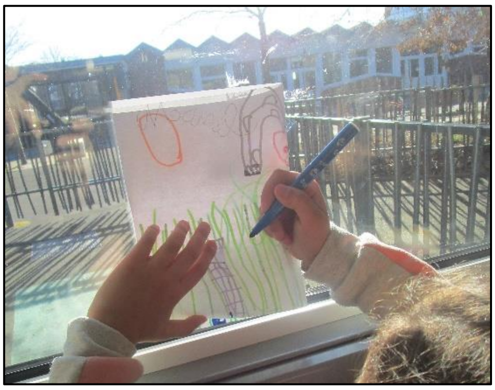


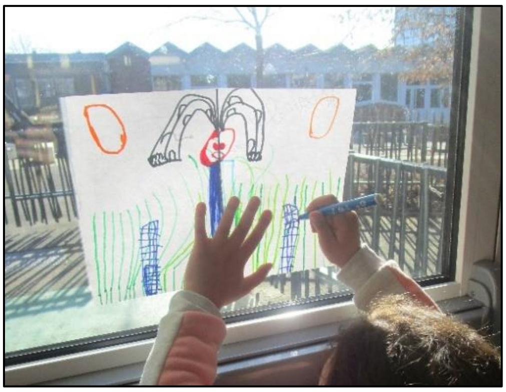
D’autres essaient de faire un dessin symétrique et se corrigent ensuite sur la vitre.

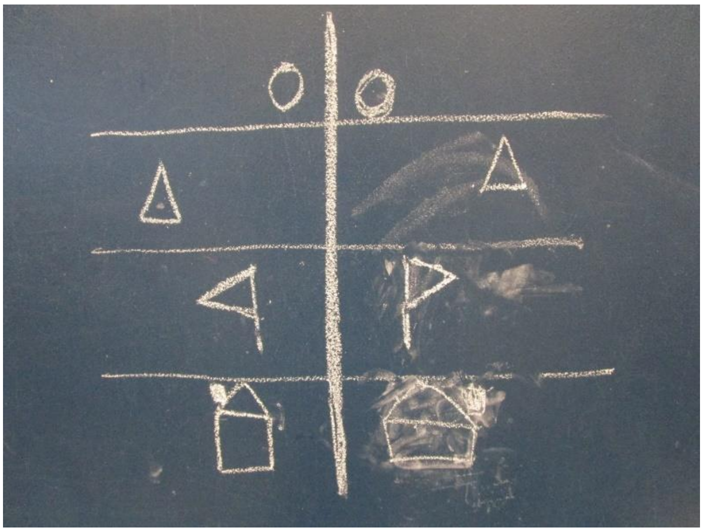


D’autres essaient de faire un nouveau dessin sans utiliser aucune technique. Mais on peut voir qu’il y a un essai de faire des formes symétriques plus abstraites.

Quelques enfants en action :







Le jour suivant, la maîtresse propose un jeu au groupe rassemblé au tableau : « Je vais dessiner un objet et il va falloir le dessiner de l'autre côté de la ligne, c'est-à-dire dessiner son symétrique. Vous vous souvenez, si on pouvait plier le long de la ligne ici, les dessins devraient se recouvrir exactement.»
Le débat a été vif autour des tailles et des positions des objets mais une nouvelle technique est apparue. Un enfant a proposé **de poser la grande règle « bien droite » sur le tableau pour que « les deux drapeaux se posent dessus », idem pour les maisons.**
M : Qu'est-ce que ça veut dire « bien droite » ?
Amjad : Ben, pas penchée…
On aurait pu y voir une tentative de relier deux points correspondants, les deux points qui sont les bases du drapeau et les deux points correspondants de la base de la maison.
On en est resté là.
Charline travaille beaucoup avec les albums d'accumulations. Ces albums ont chacun un titre qui correspond à une notion. A chaque fois qu'on rencontre une notion dans différentes situations de classe, Charline prend une photo et demande aux enfants où elle peut la coller. On trouve par exemple l'album des formes triangulaires, l'album des formes à quatre côtés, l'album du nombre 6…. Ces albums sont complètement modulables et peuvent se scinder en 2, en 3, au fur et à mesure des découvertes. Il arrive qu'une photo puisse se coller dans deux albums. Elle va mettre en route un album sur la symétrie. Quand on rencontrera une symétrie, on collera la photo dans cet album.
Les présentations de dessins, de constructions…donneront certainement lieu à d'autres découvertes sur la symétrie. Et peut-être que nous découvrirons la symétrie avec un axe horizontal ou autre. Peut-être que les erreurs d'interprétation nous amèneront à la translation .

Quelques photos de l'album « 3 coins ».

Quelques notions fondamentales concernant la symétrie axiale :

D'abord, c'est **une transformation point par point** dans un plan. En mathématique, il n'y a pas de pliage de la feuille, ni de retournement de l'objet, il n'y a que la transformation qui associe tout point du plan à un autre.

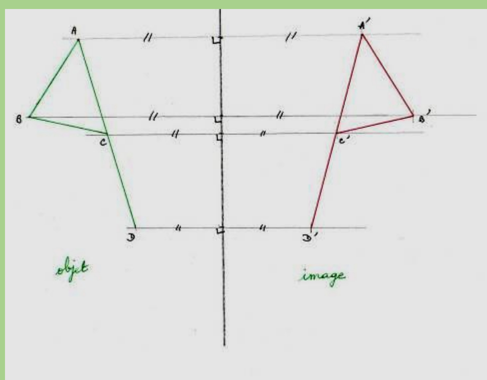
On appelle réflexion (ou symétrie axiale ou symétrie orthogonale) d'axe (d) la transformation qui, à tout point M n'appartenant pas à la droite (d), associe le point M' tel que (d) soit la médiatrice de MM'.

On peut en faire prendre conscience aux enfants en cherchant les points correspondants qui sont facilement repérables sur une symétrie construite avec une technique adéquate :

La pensée mathématique travaille sur des idéalités de formes et de grandeurs suscitant la recherche d'invariants. (dictionnaire mathématique de Stella Baruk)

Il s'agit ici d'aller avec les enfants à la recherche **des invariants** de la symétrie (ce qui est toujours vrai, ce qui ne change pas) c'est-à-dire ce qui caractérise la symétrie. Qu'est-ce qui est **nécessaire** pour que cette transformation soit une symétrie ? Nous allons à la recherche de **nécessités**, de **raisons,** ce faisant nous apprenons à **raisonner** et nous allons vers la construction de notions (secondarisation). Cette construction commence par ce qui se passe ici en maternelle.

Quand les enfants utilisent l'expression « est à la même hauteur que » et qu'ils essaient de le vérifier avec la règle, la propriété de la symétrie qui est en jeu est la **perpendicularité** à l'axe des segments joignant les points correspondants. Quand ils utilisent l'expression « plus près, plus loin de la ligne », la propriété de la symétrie qui est en jeu est l'**équidistance** à l'axe des points correspondants.



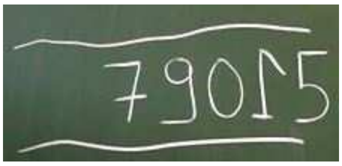
Voir fiche sur la symétrie : *Des références pour une Méthode naturelle de mathématique- éditions ICEM pages 116- 117- 118.*

Débat mathématique libre en maternelle
Classe de grande section de Geoffray à Saint-Denis
Intervention de Monique Quertier

Je commence avec un groupe de 10 enfants. Les enfants découvrent le débat mathématique libre. Je lance la consigne après avoir distribué feuilles et crayons noirs :

M : Avec des signes, des chiffres, des points, des traits, faites une création mathématique.

Les enfants se mettent à genoux et se lancent dans leur création sans réfléchir, papier posé sur le banc. Je n'ai pas eu besoin de préciser ce que j'attendais d'eux. C'est une remarque que j'ai faite lors de mes interventions : plus les enfants sont jeunes, moins ils se posent de questions sur la création que je demande de produire. Je ramasse les feuilles au bout d'une minute. Je recopie au tableau 4 créations. Les enfants regardent, certains parlent. **Création 1**



Je demande aux enfants de dire ce qu'ils voient. Un temps de silence puis un enfant se lance.

E : J'ai vu un sept. Il vient le montrer et tout de suite des doigts se lèvent. *E : J'ai vu un 5.*

E : J'ai vu un 9.
E : J'ai vu un zéro.
E : J'ai vu un O. Je montre alors le zéro. Seulement deux enfants se préoccupent de ce que je montre et disent :

E : C'est pas une lettre, c'est un numéro.
Les autres en majorité lèvent le doigt et veulent parler, ce qui a été dit avant ne semble pas les préoccuper. Je répète :

M : numéro ? lettre ? Connaissez-vous d'autres lettres ?

Quelques enfants en citent. Un enfant passe à la création suivante, je recentre sur la première création.

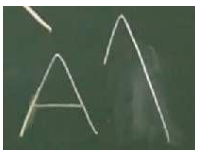
M : Que voyez-vous encore ? Grand moment de silence.

E : pourquoi il a un petit trait le un ?
E : C'est parce que c'est comme ça que ça s'écrit.
J'insiste pour qu'ils regardent le 1. Silence. Personne ne voit qu'il est à l'envers. Je montre le 1 de la création suivante.

E : C'est une lettre.
E : Ça ressemble à un A.
C'est la première fois qu'un enfant complète en approuvant les dires d'un autre enfant (au bout de 5 minutes).

M : Tu veux bien venir le dessiner ?

Silence, tous regardent.



E : Le trait est un peu baissé.
M : Viens montrer.

Elle veut agrandir le trait en disant *il faut le baisser*.

E : Non il faut le descendre, le continuer.
Je passe. Retour sur le 1. Difficile de capter l'attention. J'use alors d'un stratagème.

M : Est-ce un A ? Non unanime.

M : Est-ce un 1 ? Oui unanime.

M : Et moi je dis non !

E : Pourquoi tu dis non ?
M : Regardez-le bien. Et je constate que tous les enfants ont les yeux fixés sur le 1 et moi je les observe. Silence. Je fais parler une enfant qui montre par l'expression de son visage qu'elle a vu.

E : Il ne regarde pas comme les autres.
E : Il regarde à gauche.
E : Non à droite.
Je sens que ce n'est pas le moment de parler de la droite et de la gauche, cela nous entraînerait trop loin et surtout nous dévierait de la piste empruntée. Par chance il y a des fenêtres de chaque côté de la classe. *M : Que voyez-vous par les fenêtres de chaque côté ?*

E : La cheminée et la cour. J'envoie alors les enfants à tour de rôle dessiner des 1. Presque tous sont encore à l'envers, sauf le dernier.

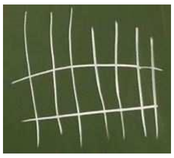
E : Celui-là est bien parce qu'il regarde la cheminée.
Autres essais au tableau mais maintenant je constate de l'hésitation, de la réflexion en dessinant les 1. Je demande alors d'observer le chemin emprunté pour dessiner le 1.

E : D'abord on monte et après on descend.
Entraînement avec le doigt dans l'espace en disant : on monte et on descend.

E : Il y a deux 1 ça veut dire que c'est le 11.
Une enfant manifeste son savoir mais je ne m'en préoccupe pas, nous avons déjà passé suffisamment de temps sur la création. Je fais répéter avant de passer à la création suivante : *Le 1 doit regarder vers la cheminée.* Je corrige ensuite le 1 à l'envers de la création.

Nous passons sur la **création 2** qui a déjà été transformée. Le 1 est devenu un A.

Création 3



E : On dirait des « tripics ». Personne ne comprend.
E : *On dirait des cases. E : On dirait des barreaux. E : On dirait comme quand on est en prison.*
E : On est à l'école, pas en prison.
E : Si l'école c'est une prison. Je demande pourquoi et ils me montrent les barreaux de la fenêtre côté cour.

E : Du côté de la cheminée, il n'y en a pas, heureusement.
E : *On dirait des traits avec des cases.*
M : Pourquoi ça fait des cases ?
E : *Parce que ça fait des traits allongés et des traits debout.* Je lui demande de venir les montrer. L'enfant les compte. Provocation de ma part : *Comment s'appellent-ils ces traits ?* Pas de réponse, je passe mais j'aperçois le trait oblique d'à côté et je le montre.

E : Il est debout, non, allongé.

E : Non. Il est comme ça. Et l'enfant se met debout en penchant son corps.

E : Il se met de travers. Comme un toboggan. On peut glisser. J'aide en demandant ce qu'elle fait quand elle se met comme le trait.

E : Je me penche ! E : C'est un trait penché.
Je leur dis que tous ces traits ont un nom. Personne n'a fait le lien avec le meuble à casiers où ils rangent les feuilles. Geoffray est étonné disant qu'il a l'habitude d'utiliser souvent en classe les mots vertical et horizontal. C'est que le concept n'est pas encore intégré.

Création 4

E : Je vois un deux trois quatre. J'ai aperçu un enfant qui manifeste un désaccord mais ne peut pas formuler.

M : Tu veux nous dire quelque chose sur ce 4, il ne te plait pas. C'est un autre enfant qui parle. *E : Il ne regarde pas par là.* Les enfants recherchent d'autres 4 dans la classe et comparent.

E : C'est le même.
E : Non, ce n'est pas le même. Il regarde par la droite, vers la cour. Pas comme le 1.
Deux enfants se mettent debout en regardant comme le 4 et ensuite comme le 1. Passage par le corps pour une meilleure imprégnation : la graphie des chiffres n'est pas encore fixée définitivement. Correction de l'écriture. Je fais lire les chiffres par la droite 1 2 3 4. Je fais lire dans l'autre sens, comme ils sont écrits. 4 3 2 1. À l'endroit et puis à rebours. On recommence et je pointe la place vide suivante :

E : 5. Nous lisons 1 2 3 4 5 et 5 4 3 2 1. Nous recommençons plusieurs fois collectivement. Tous participent. Je me place devant le tableau pour cacher la création sans rien dire et je leur demande de lire (sans modèle écrit donc).

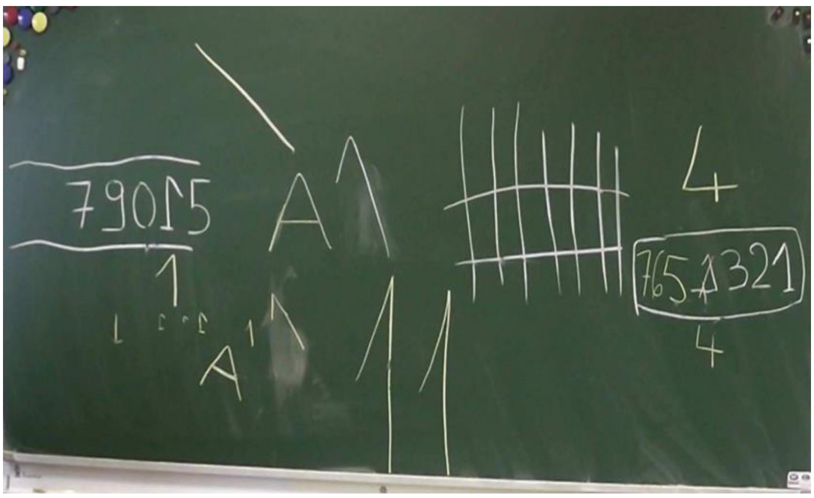
On refait plusieurs fois. On ajoute le 6. On compte à l'endroit et à rebours, sans modèle. Je provoque :

M : Je pense qu'on doit s'arrêter parce que je crois que vous n'êtes pas capables d'aller plus loin.

E : Si moi je peux. Et l'enfant le fait avec un peu de difficulté. Alors j'écris jusqu'à 7. Collectivement nous comptons jusqu'à 7 et à rebours. Satisfaction générale.

E : C'était trop bien ! Je veux revenir.

Le tableau en fin de séance



Des règles du sol au plafond

Recherche mathématique au cycle 2- Classe de Noémie Esnault

École Léon Grimault - Rennes

Alors que nous échangeons sur le trajet de notre dernière classe promenade, Lison partage une réflexion qui capte l'intérêt de toute la classe : si on empilait 1 400 règles du tableau, ça ferait une tour qui va du sol au plafond. Aussitôt nous problématisons :

Si on empile 1 400 règles du tableau,
est-ce qu'on arrive jusqu'au plafond ?

Les premiers essais sont sans appel : nous n'avons pas 1 400 règles dans l'école, et les empiler est très compliqué.

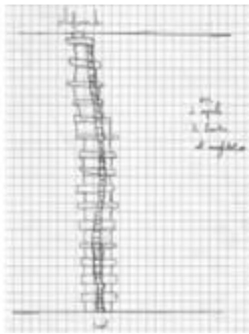
Et si la salle était une boite et la règle du tableau, une réglette ? Nous voilà avec une nouvelle problématique :

Combien de réglettes peut-on empiler dans une boite ?

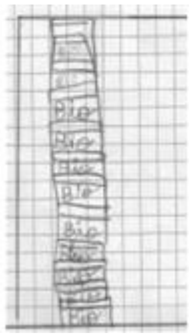
Recherches en binômes et comparaison des résultats nous permettent d'affirmer qu'on peut empiler exactement 16 réglettes dans boite. **La hauteur d'une boite mesure 16 réglettes.**

Quelle stratégie pouvons-nous à présent mettre en place pour savoir combien de réglettes on pourrait empiler pour aller du sol au plafond ? Les binômes repartent et reviennent avec 3 propositions :

1. empiler des réglettes



2. empiler des boites et des réglettes



3. empiler des boites

Un échange sur les stratégies nous permet de sélectionner rapidement la 3e proposition : ce sera plus rapide et plus facile. En observant les boites, un élève remarque que le fond et le couvercle ont une épaisseur. Il faut donc vérifier la hauteur extérieure de la boite. Nouvelle recherche en binôme et comparaison de résultats : **la hauteur extérieure d'une boite mesure 17 réglettes**.

Nous voilà prêts à empiler des boites. Arrivés au plafond, un nouveau problème se pose : il reste de la place, mais pas assez pour mettre une boite. On complète l'espace vide avec des réglettes.

Nous trouvons finalement le résultat suivant :

On peut empiler 16 boites et 13 réglettes du sol au plafond.

La suite du travail se sépare naturellement en 3 chemins, en fonction des connaissances mathématiques de chacun.

<u>Chemin 1</u>

Nous cherchons à présent à représenter les 16 boites avec des réglettes. En manipulant, nous déterminons que la hauteur d'une boite étant de 17 réglettes, une boite peut être remplacée par une réglette de 10 et une réglette de 7. Nous prenons le matériel nécessaire pour les 16 boites.

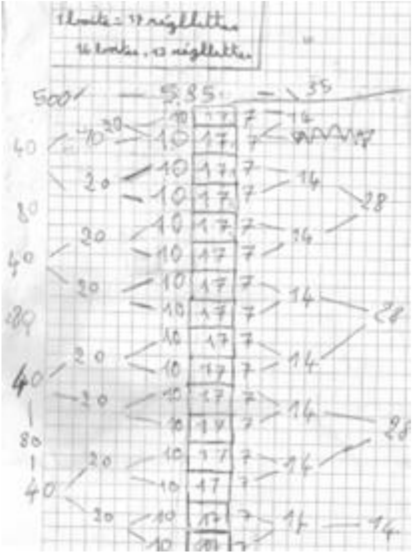
Nous disposons les réglettes au sol pour représenter les 16 boites empilées.

Nous regroupons les réglettes de 10 et les réglettes de 7.

Il y a 16 réglettes de 10 et 16 réglettes de 7.

Nous disposons à nouveau les réglettes en une seule ligne.

16 paquets de 17, c'est comme 16 paquets de 10 plus 16 paquets de 7



Chemin 2

Deux élèves cherchent à calculer le nombre de réglettes pour 16 boites de 17 réglettes et encore 13 réglettes. En jetant une oreille et un œil au travail du groupe 1, elles décident de séparer dizaines et unités, puis de faire des arbres d'addition.

Finalement, les calculs ne sont pas si simples (espace sur la feuille, arbre vertical). Mais n'y a-t-il pas un moyen plus rapide de calculer la somme obtenue pour les 16 boites de 10 ?

Nous reprenons :

1 boite de 10 = 1 dizaine = 10

2 boites de 10 = 2 dizaines = 20

3 boites de 10 = 3 dizaines = 30

En continuant leur recherche, elles trouvent :

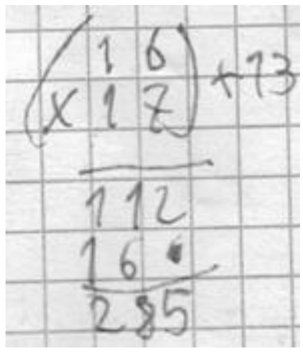
16 boites de 10 = 160

En continuant l' arbre de calcul pour les boites de 7, elles calculent : 16 boites de 7 = 112

160 + 112 + 13 = 285

Finalement, on peut empiler 185 réglettes du sol au plafond.

Chemin 3



Un élève traduit directement la situation avec un calcul expert :

16 boites de 17 réglettes → 16 x 17

En ajoutant les 13 réglettes seules → (16 x 17) + 13

Il propose une écriture personnelle du calcul posé, mêlant la multiplication et l'addition.

On peut empiler 285 réglettes du sol au plafond.

Chemin 4

Un élève résout directement le problème de départ, sans passer par la manipulation des boites et des réglettes.

Il cherche la hauteur de la classe avec la règle du tableau (1m). Cette mesure empirique lui permet d'estimer la hauteur du sol au plafond à 2 mètres et 66 cm. Il mesure l'épaisseur de la règle : 2 cm.

Il démarre ses calculs.

règles	hauteur
1	2 cm
2	4 cm
20	40 cm
50	100 cm = 1m
100	2m

règles		hauteur
1	→	2 cm
2	→	4 cm
20	→	40 cm
50	→	100 cm = 1m
100	→	2m
133	←	2m66

En repérant la régularité, il trouve directement le nombre de règles nécessaires pour une hauteur de 2m66 (le sens des flèches indique le sens de calcul).

Nous utilisons des outils de mesures usuels pour préciser la mesure empirique de la distance entre le sol et le plafond : un mètre ruban et un mètre laser. Nous mesurons une hauteur d'1m80.

En complétant le tableau, il résout le problème de départ :

règles		hauteur
1	→	2 cm
2	→	4 cm
20	→	40 cm
50	→	100 cm = 1m
100	→	2m
133	←	2m66
140	←	2m80

Il y a 140 règles du sol au plafond.

Les 1 400 règles dépassent donc largement la hauteur de la classe.

L'élève continue sa recherche : 140 x 10 = 1 400

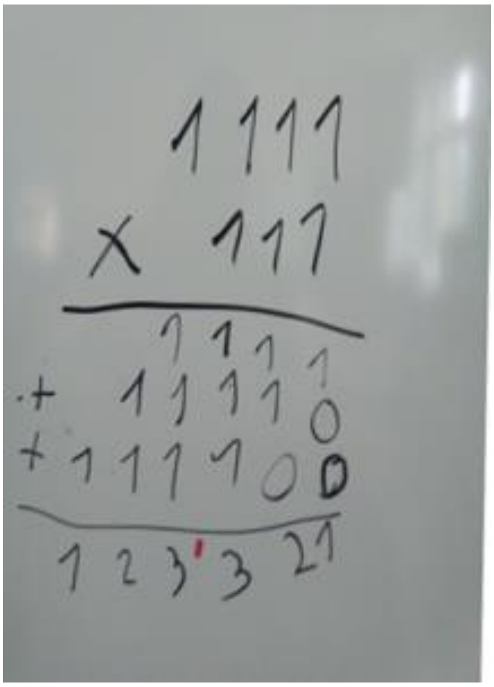
Il faut la hauteur de 10 classes pour empiler 1 400 règles.

Conclusion

Cette recherche aura mobilisé activement la moitié de la classe, avec des temps communs et des temps spécifiques. La restitution à l'ensemble de la classe se fera en plusieurs étapes, chaque groupe présentant un concept mathématique qu'il aura travaillé.

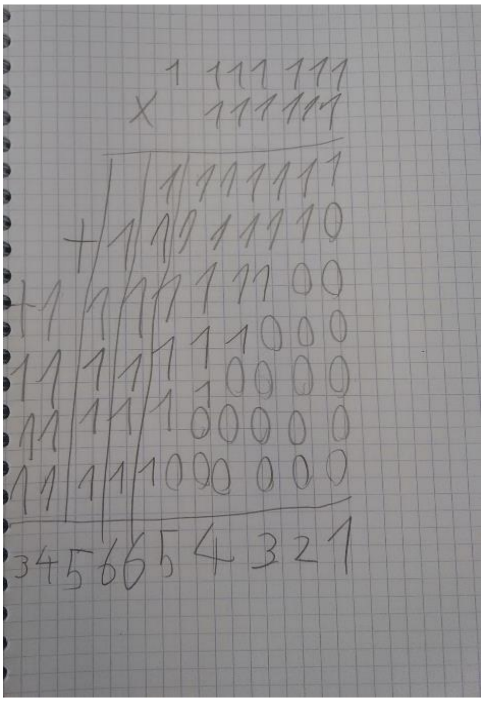
Création mathématique collective

Classe de CM1-CM2 Juliette Go



Un enfant a proposé ce premier calcul, nous avons remarqué que le résultat était comme un nombre "palindrome" (des palindromes, comme dans le livre de D. Daeninckx "L'enfant du zoo", lu ensemble l'année dernière: oui, je sais, c'est une idée plutôt littéraire).

Alors nous avons essayé avec un autre produit, présent dans la création originelle. Et là, nous avons remarqué qu'il n'y avait qu'un 6 au milieu du résultat, alors que nous avions 2 fois le chiffre 3 au milieu du résultat précédent.



"Pour avoir deux fois 6 au milieu, il faudrait rajouter un 1 en haut !" a dit Tim. Aussitôt dit, aussitôt calculé, et vérifié.

Quelle joie dans la classe ! Je jubilais...

Nous devrions poursuivre ces calculs pour découvrir qu'au-delà de 9, ce sera la fin des "nombres palindromes", qui ne sont liés qu'au système d'écriture décimal des nombres. Mais nous aurons alors l'occasion d'explorer d'autres bases, si l'envie demeure.

Un **nombre palindrome** en base *b* est un nombre (entier) dont l'écriture dans cette base est un palindrome, c'est-à-dire qu'elle se lit de la même façon de la gauche vers la droite ou de la droite vers la gauche. Quand la base n'est pas précisée, il s'agit de l'écriture décimale usuelle. Ainsi, 1, 11, 272 ou 9669 sont des nombres palindromes.

Palindromes en base dix

Tous les nombres en base dix d'un chiffre {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9} sont palindromes. Il existe neuf nombres palindromes à deux chiffres :

{11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99}.

Il existe 90 nombres palindromes de trois chiffres :

{101, 111, 121, 131, 141, 151, 161, 171, 181, 191,..., 909, 919, 929, 939, 949, 959, 969, 979, 989, 999}

et aussi 90 nombres palindromes de quatre chiffres :

{1001, 1111, 1221, 1331, 1441, 1551, 1661, 1771, 1881, 1991..., 9009, 9119, 9229, 9339, 9449, 9559, 9669, 9779, 9889, 9999},

donc, il existe 199 nombres palindromes inférieurs à 10^4. Il existe 1 099 nombres palindromes inférieurs à 10^5 et pour les autres exposants de 10^n, nous avons : 1 999,10 999,19 999,109 999,199 999,1 099 999... nombres palindromes.

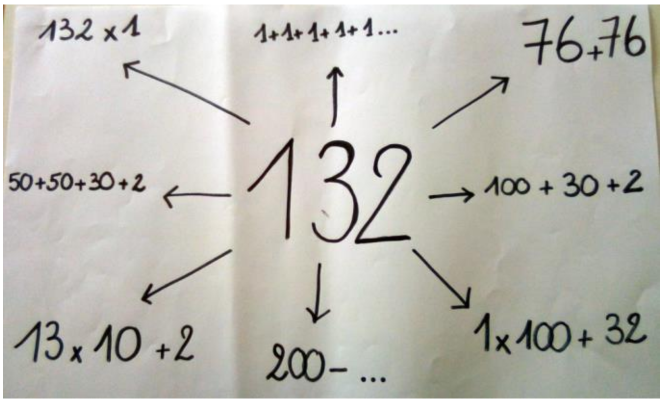
Nos coformations adultes

Présent-e-s : Amélie, Martine, Nicole, Guillaume, Clément, Rémi Brault (en visio) et Marina
Animateur : Guillaume. Son rôle tour de parole, choix de l'organisation pour exploitation des créa.
Référent : **Rémi Brault**

Thème : Découper le nombre

- 10' de créations
- Analyse des créations : 3' par création
- Choix de laisser parler l'auteur-e en dernier.

Création n°1 : Amélie



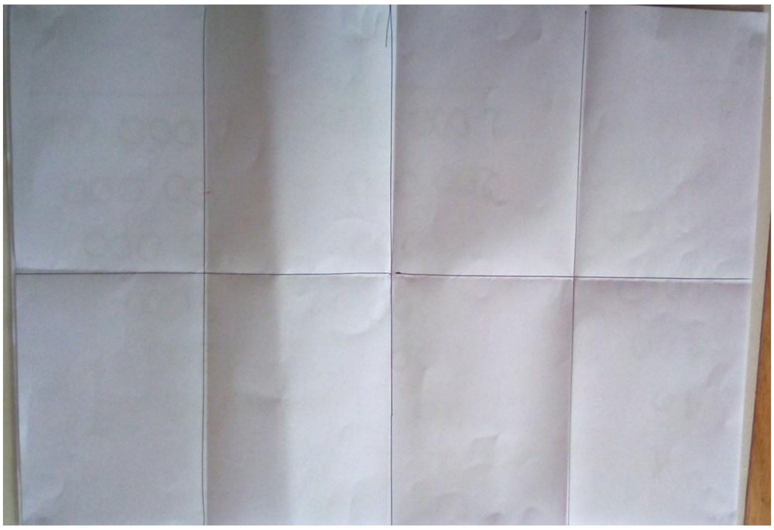
1) Faut-il des parenthèses dans un calcul utilisant la multiplication et l'addition ?
   Non, priorité de la multiplication : 13 x 10 + 2 = (13 x 10) + 2

2) Au moins trois des décompositions :
   13 x 10 + 2 ; 132 x 1 ;1 x 100 + 32 (en fait, 100 x 1 + 32) correspondent à l'écriture de la division euclidienne de 132 par 10, 1 et 100…

En mathématiques, et plus précisément en arithmétique, la **division euclidienne** ou **division entière** est une procédure de calcul qui, à deux entiers naturels appelés *dividende* et *diviseur*, associe deux autres entiers appelés *quotient* (*quotient euclidien* s'il y a ambiguïté) et *reste*. Initialement définie pour deux entiers naturels non nuls, elle se généralise aux entiers relatifs. Cette division est au fondement des théorèmes de l'arithmétique élémentaire et de l'arithmétique modulaire qui traite des congruences sur les entiers.

Écriture de la division euclidienne de 30 par 7, le quotient est 4 et le reste 2.

Création n° 2 : Martine



C'est 1 découpé en 8. Partager ou diviser ? Partager, est-ce toujours en parts équitables ? Je peux donner 2 parts à Nicole et Guillaume puis 1 seule part aux autres.

Intervention de Rémi :

Un partage n'est pas toujours équitable, en mathématiques on peut analyser des situations et décrire l'inéquitable par une relation spéciale.

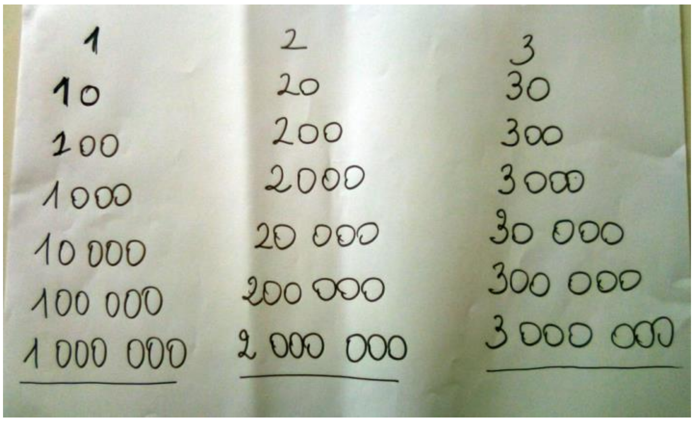
Dans la création d'Amélie, on avait une **relation d'égalité** qui est une **relation d'équivalence** :
132= 100+32=100+30+2=…
Dans la feuille partagée en 8 parts égales, ce n'est plus une relation d'égalité mais:
1 → 1/8 On pourrait continuer : 2→ ¼ 3→ 3/8 …
On est alors en présence d'une relation particulière : **une fonction**
Exemple : Le poids d'un enfant déterminé à un instant T de sa 5ème année peut-il être à la fois 7 et 12 kg ?
Ce n'est pas possible d'avoir 2 réponses. Lorsqu'on fera la courbe, on ne verra qu'un poids à chaque âge. Le poids sera **en fonction** de l'âge. Pour rester dans le numérique, si à un nombre, on fait correspondre ses diviseurs, on voit bien que ce n'est pas une fonction, un nombre a parfois plusieurs diviseurs.

On peut considérer la situation d'un autre point de vue : Nous avons 2 nombres : 1 et 8 (1 feuille, 8 parts). Avec ces 2 nombres, on en produit un troisième : 1/8. La relation qu'on va produire va être alors **une opération**.

Vous pouvez consulter :
Des références pour une méthode naturelle de mathématique éditions ICEM
En vente en ligne : https://www.icem-vente-en-ligne.org/des-references-pour-une-methode-naturelle-de-mathematiques
Fonctions : pages 60 à 64
Opérations : pages 87 à 100
Relations d'équivalence : pages 53 à 56

Structures de vie- structures mathématiques en libre accès
http://informaticem.net/vie&math/
ou sur le site de l'ICEM
https://www.icem-pedagogie-freinet.org/recherche/adultes-archives/results/structures%20de%20vie

Création n°3 : Nicole



Découper un grand nombre. Découpage ou décomposition ?

Remarque de Rémi : quand j'ai proposé « découper » au lieu de diviser, c'était pour rester vague, laisser le champ libre.

On pourrait aligner les nombres à gauche , forme de pyramide, de sapin

L' alignement ne change rien, c'est une convention, question de pratique.
Ici, l'alignement à droite n'aurait pas d'utilité.

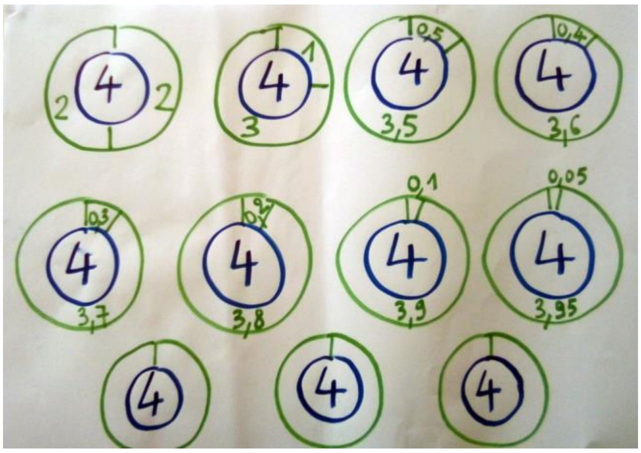
Création n°4 : Guillaume

Représentation surprenante d'un partage de 4 en parts
On constate une proportionnalité des portions de couronne par rapport aux nombres inscrits ?

On pourrait mettre un 4 entier en premier.

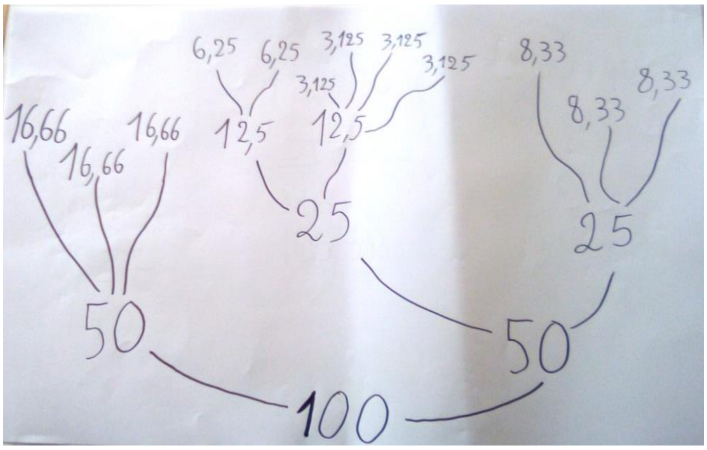
Il manque 0,6 – 0,7 dans les petites parts.

On pourrait demander d'ordonner les nombres en écrivant les deux parts à chaque fois.



Création °5 : Clément

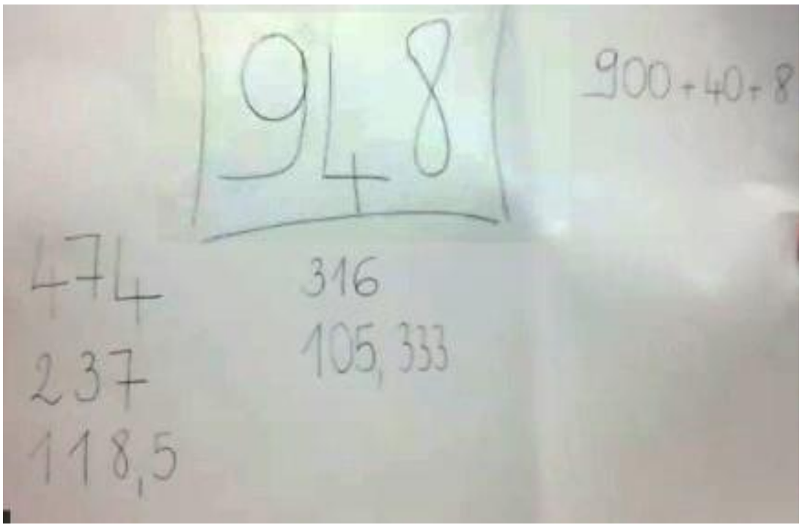
100 découpé en 2... divisé car ce sont des parts égales qui sont cherchées. - 25 en 2
Découper le nombre est-ce aussi le diviser ?
Ce sont des partages différents par 2, par 3
Il a fait le choix de s'arrêter à 2 décimales. Question esthétique de ne pas mettre de points de suspension?



Intervention de Rémi Brault :
Question égalité : 8,33 + 8,33 + 8,33 n'est pas égal à 25.
25 divisé par 3, c'est 25/3.
3 x 25/3 = 25

3 x 8,3333 = 25 ? → C'est faux : il manque des poussières.
Que signifie la solution des « ... » ?
Comment note-t-on l'infini en langage math ?
Écrire « 8,33... »signifie que l'on parle de **la limite** de la suite 8,3 - 8,33 - 8, 333 - 8, 3333 - 8,33333- etc.
Cette limite est égale à 25/3.

Création n°6 : Marina



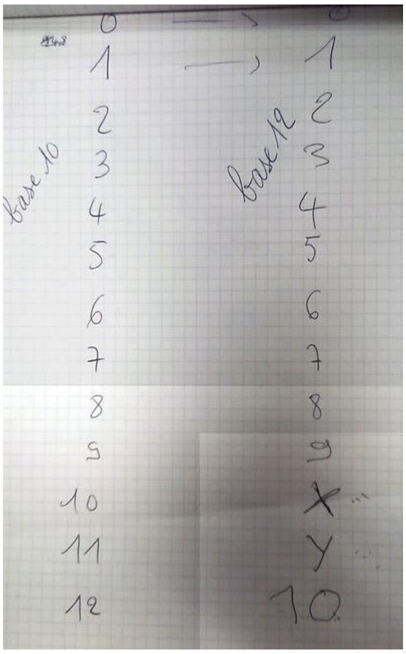
105,333**...** Il a divisé par 3 et encore par 3.

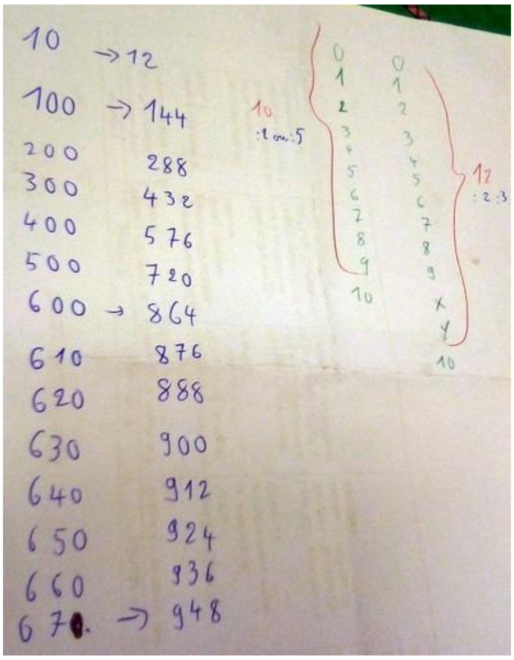
A gauche, il a divisé par 2 trois fois.

On peut se servir de la décomposition pour faire la division.

Intervention de Rémi Brault :

Un nombre entier est toujours « divisible » par 2. Ici, pour 237/2 on obtient un nombre décimal fini : 118,5.
Alors que par 3, ce n'est pas toujours le cas.
Est-ce dû à notre convention de compter en base dix ?
Si on utilise la base 12, est-ce toujours valable ?





Problématisation :

Écrire des nombres en base 12 puis les diviser par 3, est-ce que cela fonctionne ?
Recherche : comment écrire 948 en base 12 ?
Production d'une convention pour écrire ces nouveaux nombres :
Essai de diviser 948 par 12
Essai par tâtonnement
948 en base 12 est 6 7 0 : 6 « 144aines » + 7 douzaines + 0 unité de 12
6 7 0 divisé par 3 puis encore par 3
6 7 0 : 3 = 2 2 4
2 2 4 : 3 = 8 9 , 4

Conclusion : Écrire une nombre en base 12 et le diviser par 3 paraît fonctionner. Il ne s'agit pas d'une démonstration, il faudrait le refaire et refaire pour en faire la preuve !

Ressources didactiques : livre de Stella Baruck sur les bases de numération

Prolongements :
Pourquoi ça marche en base 12 et pas en base 10 ?
Recreuser les bases, refaire des calculs, écrire des nombres en base 12 puis les diviser par3
Exemples de la vie quotidienne :
Les ordinateurs, les calculatrices…
Les informaticiens travaillent parfois en base 16.
Les unités de temps en base 60 ou en base 24.

Un débat sur la Méthode naturelle de mathématiques

Sur quelques freins et obstacles du travail en méthode Naturelle de maths

Pierrick Descottes

Une question revient de façon récurrente dans tous nos stages, qui tourne principalement autour du temps disponible pour des pratiques conséquentes en Méthode naturelle de maths. La question est encore plus vive dans le secondaire avec la fragmentation des séquences par discipline. Pour autant, elle se pose aussi en élémentaire et elle motive cette contribution et les interrogations pratiques qui en découlent.

Même s'ils ne relèvent pas du même registre épistémologique, j'ai envie d'articuler cette contribution autour de 4 paramètres qui comptent selon moi dans le déploiement de la Méthode naturelle :

- **La place du désir** (première en PF)

- **La durée / la temporalité** (en tant que durée vécue subjectivement). On sait que la MN se nourrit idéalement d'une expérience très régulière, autant que possible quotidienne.

- **Les apprentissages notionnels/conceptuels** (dans lesquels je rangerai ici par commodité les techniques)

- **L'hétérogénéité** (j'entends ici la différence de capacités et de niveaux compétences individuelles en mathématiques)

Je vais tâcher de passer nos 2 pratiques dominantes en MNM -la création mathématique collective et les recherches libres- au crible de ces paramètres réunis par couples.

Cela soulève des questions pragmatiques.

Cela peut soulever des contradictions entravant la mise en œuvre de la MN au quotidien. Je tente d'en débusquer ici, sur la base de mes propres observations empiriques… et de mes limites pédagogiques.

1) **Désir/durée-temporalité**

Idéalement la Méthode naturelle se nourrit de quotidienneté. La construction des langages a besoin de fréquence, de continuité pour un ancrage de l'expérience au jour le jour, avec des possibilités de passerelles entre eux, mais aussi de la possibilité de séquences longues.

Aujourd'hui le temps scolaire s'est considérablement rétréci en primaire par rapport aux débuts de la pédagogie Freinet (6 heures de moins par semaine). Le problème est encore plus délicat au secondaire, même si des plages de 2 heures peuvent parfois être mises en place.

La rupture du week-end provoque aussi des ruptures de rythmes. Au temps de Freinet, l'école fonctionnait toute la journée du samedi.

D'autres disciplines ont été introduites, telle une langue vivante en élémentaire. Cela joue sur les marges de manœuvre en terme d'organisation du temps. Cela pousse à faire des choix, des parti-pris au détriment de certaines disciplines.

Parmi les marges de manœuvre en primaire, il est possible de concentrer le travail sur des temps plus longs {matinées maths – stages enfants sur une semaine ou deux), par moments car il faut aussi penser aux autres disciplines. Cela peut donner plus d'intensité au travail sur ces moments privilégiés.

En création collective, la durée est bien circonscrite avec des séquences relativement courtes et au mieux, pour la plupart des classes, sur 2 ou 3 temps sur une semaine dès lors qu'on travaille en demi-groupes. La difficulté est ici de composer avec le désir de chacun-e. Tout au moins peut-on compter avec le temps sur une « mutualisation des désirs », la constitution d'une culture de groupe où l'ambiance coopérative joue beaucoup – « la communauté de petits chercheurs » vantée par Paul Le Bohec. Mais tout le monde y trouve-t-il son compte, en particulier les enfants les plus faibles en maths. Rien de moins sûr que chaque membre du groupe partage la même temporalité. Ça renvoie à la gestion de l'hétérogénéité. J'y reviens plus bas.

En recherches libres, si l'enfant reste réellement investi-e dans son projet, donc si le désir reste présent tout au long du travail, peu importe la durée, c'est la temporalité qui donne le la. La recherche peut donc s'engager sur plusieurs semaines dès lors que le problème posé, par le-la prof-e ou la classe, est en phase avec le projet initial de l'auteur-e.

Si on considère que le désir est d'abord singulier, les recherches libres semblent offrir ici plus de garanties.

La difficulté se trouve plus au niveau du panel de notions abordées au regard de ce qui est requis au terme de tel ou tel niveau, si on pousse la logique des désirs individuels. J'y reviens plus loin.

L'articulation désir/durée est pour moi une des plus délicates avec des classes de 25 élèves voire plus. En lisant la fin du texte d'Erwan, je constate que c'est une préoccupation partagée… et souvent entendue dans nos stages.

2) Désir /apprentissages

La force d'engagement induite par les présentations des œuvres en PF. C'est selon moi, le principal moteur de la pédagogie Freinet. L'enfant s'engage dans une création, une recherche, une production quelconque avec un horizon de promesses : la présentation au groupe et la reconnaissance coopérative de son travail par celui-ci. Erwan semble le constater lui aussi avec émotion, et même avec des groupes peu familiarisés avec cette forme de travail. Ce qui renvoie à la puissance de la PF quand on se situe sur le terrain du désir. Et ça remplace bien des évaluations.

En création mathématique collective, on assiste plus à un brassage de notions/concepts/techniques {nct) au fil des séances. On peut compter sur une approche « spiralaire » avec un retour régulier sur les nct mais avec le risque d'une approche plus superficielle si des temps de prolongements et recherches individuels ne sont pas régulièrement mis en place. On sait ici que la part du maître, au moins dans les débuts, est essentielle pour impulser une problématisation des propositions – pour ne pas en rester à une géométrie simplement descriptive par exemple. Mais se pose alors la question du désir partagé sur tel ou tel objet. On peut compter sur la dynamique coopérative mais il sera toujours difficile d'engager avec la même intensité tout le groupe. Intervient en plus la question de l'hétérogénéité sur laquelle je reviens plus loin.

Pour les deux dispositifs, l'écueil se trouve au niveau du panel de notions abordées au regard de ce qui est requis au terme de tel ou tel niveau, si on pousse la logique des désirs individuels. On constate d'une année sur l'autre la récurrence de « programmes naturels » avec les mêmes sujets qui reviennent spontanément {la fameuse rosace en cycle 3, les suites numériques…). Par altération coopérative, ils peuvent être repris et développés diversement par les un-es ou les autres, une fois qu'ils ont été présentés au groupe. Mais ils ne recouvrent pas forcément les programmes officiels.

Donc en poussant cette logique, pas sûr qu'en terme d'apprentissages, chacun-e fasse le tour de ce qui est requis à tel ou tel niveau d'enseignement. Le cadre proposé par des outils pédagogiques tels que « Des références pour une MNM » et « Structures de vie – Structures mathématiques » peut être ici d'un bon secours.

Cependant, je trouve que je dois passer un temps trop important à mon goût pour des détours où le groupe travaille sur des techniques qui me semblent élémentaires.

C'est là entre autres qu'il est intéressant de suivre les enfants sur au moins 2 ans pour avoir le temps d'une continuité et d'un minimum d'exhaustivité dans les notions/concepts/techniques travaillés.

Sur la question des techniques élémentaires, il faut bien que les enfants se coltinent certaines bases, ne seraient-ce que comme ressources personnelles pour gagner en autonomie dans leurs recherches. Certaines acquisitions techniques viendront s'insérer fortuitement dans le fil de telle ou telle recherche ou création collective {comment tracer des droites parallèles, apprendre des techniques de la soustraction, apprendre la règle de 3…). On pourra compter ici sur le brassage des propositions présentées à la classe. Sur ce terrain des techniques, il semblerait bien que la création collective soit plus à même d'en assurer « naturellement » la diffusion au sein du groupe.

N'empêche, je ne sais pas pour vous, mais à un moment si une notion ou une technique n'a pas encore été abordée, il nous appartient de l'introduire. Même si on veille à rendre la découverte la plus active possible {« Je vous propose de faire des créations dans lesquelles il y a des divisions »…), la motivation risque de ne plus être aussi intrinsèque. Cela nous renvoie aussi à des problèmes de durée dans les apprentissages. J'y reviens plus loin.

Il reste que, parmi les effets positifs de nos démarches, on constate le développement de l'esprit de recherche chez <u>tous</u> les enfants, une fois qu'ils-elles se sont familiarisé-es avec la MNM. Bernard Monthubert considère même que c'est la part essentielle du travail en recherches libres. Cela n'évacue pas pour autant la question de l'instrumentation élémentaire car comment mener des recherches de façon la plus autonome possible sans être instrumentés a minima, cette instrumentation pouvant se faire idéalement à l'occasion de recherches la nécessitant.

3) Désir / hétérogénéité

Là c'est forcément lié à notre contexte de travail. Le problème ne se pose pas de la même façon dans une école en REP+, une école implantée en centre ville ou une école comme la mienne implantée dans un quartier populaire mais avec un public mixte.

En tous les cas, je constate un accroissement tendanciel de l'hétérogénéité au sein des classes que j'ai eues en charge ces dernières années.

Et le désir s'aligne, au moins dans les premiers temps, pour certain-es durablement sur la culture première de chacun-e, ses capacités et compétences en mathématiques.

En création mathématique collective, l'alchimie n'est pas simple. Constituer 2 demi-groupes relativement homogènes, au risque de faire des groupes de niveau, avec un groupe plus faible qui sera souvent moins dynamique. Sans compter que les ambitions en terme d'apprentissages risquent d'être modulées en fonction des capacités de chaque groupe, perçues ou constatées. Quoi qu'il en soit, à l'intérieur même de chaque groupe même relativement homogène, on n'escamotera pas la diversité des désirs personnels qui, si on n'y prend garde, peut provoquer un hiatus entre les enfants les plus actifs et impliqués du groupe qui s'investiront physiquement dans les séances pour en tirer un vrai bénéfice et les plus passifs qui, en restant spectateurs, n'en tireront pas le même bénéfice.

En recherches libres, le travail étant le plus souvent individuel, parfois en binômes {dans ma classe tout du moins), le désir a plus de chance de guider le processus, à condition toutefois de veiller à ne pas déposséder l'enfant de son projet, en cours d'accompagnement. En cela, les mini-présentations en cours de recherches, sollicitant le regard et les suggestions du groupe, sont souvent un bon garde-fou. Il reste que le temps essentiel pour l'auteur-e de la présentation finale de sa recherche ne conduira pas forcément à une rencontre des désirs singuliers, a fortiori quand le groupe est très hétérogène. La question que je me pose dans ces moments est de savoir si ça ne risque pas de « larguer » un certain nombre d'enfants dépassés par la présentation d'un recherche pointue ou si ça va susciter d'autres projets de recherches dans le même champ. Il y a toujours bien sûr la possibilité de refaire avec le groupe au moins une partie du cheminement de l'auteur-e mais, outre les effets d'apprentissages véritables pour chacun-e, intervient là encore une question de temps disponible quand une vingtaine de recherches sont en cours et appelées à être présentées elles aussi.

4) Durée / apprentissages / hétérogénéité

En écrivant, je m'aperçois que ces 3 paramètres sont intriqués. Donc je choisis de les associer dans mon essai d'analyse.

La chronogénèse[1] est une donnée didactique incontournable. L'hétérogénéité interfère ici inévitablement. Les temps d'apprentissages sont singuliers, dépendant des capacités et acquis de chacun-e. Pour certain-es, des temps plus conséquents d'exercisation seront nécessaires. Les plans de travail personnels offrent du coup des prolongements.

En créations collectives, des décalages entre enfants peuvent perturber l'avancée des séances, la gestion en situation de la polyrythmie peut être problématique. Il reste toujours la possibilité de proposer à chacun-e de se lancer un défi à sa hauteur sur l'objet à l'étude à un moment donné.

Des prolongements plus adaptés d'exercisation peuvent être cependant organisés sur les temps où le demi-groupe n'est pas avec le-la prof-e en création collective.

En recherches libres, la temporalité est différente. Chacun-e est appelé-e à avancer de fait à son rythme sur l'objet de travail qu'il-elle a choisi, avec les apprentissages afférents. Des fiches programmées par niveau peuvent être proposées pour des tâches d'exercisation – si possible en approfondissement/consolidation de notions abordées collectivement à l'occasion de recherches récentes - en parallèle des travaux de recherches libres. Cela permet en même temps de réguler le suivi des recherches, en ayant pas forcément tous les enfants de la classe à accompagner sur une même séquence… et à condition que les enfants qui sont plutôt sur les fiches programmées ne sollicitent pas trop de soutien. Dans ma classe très hétérogène, je constate en tous les cas que plusieurs enfants doivent passer par des temps d'exercisation trop importants à mon goût, vis-à-vis des temps qu'ils-elles consacrent à leurs recherches.

Le souci reste toujours que le fossé se creuse entre les forts et les plus faibles. En même temps, avec nos pratiques, on a plus de chance de coller au rythme de chacun-e… avec cependant des interrogations fortes sur le niveau de connaissances mathématiques de tel ou telle au moment de passer au collège, quand bien même il-elle a gagné en esprit de recherche et ne se laissera pas démonter par des situations insolites – ce qui n'est déjà pas négligeable quand on voit les faiblesses du système français sur cette question.

Pour finir

---

[1] rendant compte à la fois de l'ensemble des opérations qui organisent le déroulement chronologique (le « défilé ») des objets de savoir et du résultat de ces opérations, c'est-à-dire l'organisation chronologique de ces objets de savoir.

À l'issue de cet essai d'analyse, je m'aperçois que j'aurais pu tout aussi bien la mener en procédant par triplets comme je viens de le faire pour la dernière partie, chaque couple résonnant au moins sur un tiers.

Avec le milieu de travail dont je dispose, et notamment le TNI avec visionneuse qui est un support particulièrement adapté à nos pratiques, j'ai un fonctionnement hybride avec ma classe : des phases de créations collectives, surtout en début d'année, et une dominante forte en recherches libres. Cela ne m'empêche de me heurter aux écueils évoqués ci-dessus.

Je n'ai pas la prétention de faire le tour des contradictions dans ce tableau. Vous pourrez sans doute ajouter votre grain de sel, si vous trouvez cette réflexion pertinente pour nous aider à avancer dans la mise en œuvre de nos pratiques.

Vous l'aurez compris. J'en appelle au collectif pour m'{nous) aider à dépasser ces contradictions, tout au moins à constituer des compromis qui ne nous éloignent pas trop de la MN, tout en travaillant à gagner en efficience voire mieux, en simplicité.

Je proposerais bien aussi que, du côté des techniques élémentaires pour travailler en mathématiques, prenant en compte aussi les prothèses technologiques dont chacun-e dispose aujourd'hui {calculettes, ordinateurs…), le secteur maths se penche sérieusement sur ce qu'il juge incontournable à tel ou tel niveau en termes d'acquisitions de techniques {opératoires et géométriques essentiellement). Car il nous faut prendre en compte le fait que nos élèves sont appelés à {ré)intégrer ensuite un enseignement plus classique. D'un point de vue plus global, je pense que cette définition d'incontournables pourrait être un levier pour étendre nos pratiques. Les référentiels Freinet que nous avons en main sont déjà un appui essentiel. Mais cela renvoie aussi à la question lancinante au sein du secteur : qu'est-ce qui peut faire qu'un nombre conséquent de praticiens s'installent durablement en MNM ?

Merci d'avance pour vos retours coopératifs

Réponse de Rémi Brault

Merci Pierrick pour cette analyse des obstacles.
Je ne vais pas répondre sur tout le questionnement, juste un peu sur la question du temps, des programmes, de l'apprentissage des techniques élémentaires et de l'hétérogénéité.

Tout d'abord :
- Tout comme Freinet, je n'ai jamais eu la prétention de faire de la "pédagogie Freinet" à 100 %. Très longtemps, j'ai préféré l'expression "Mouvement Freinet" à "Pédagogie Freinet".
- Les réponses pédagogiques que l'on propose dans sa classe sont (doivent être) liées à toutes les conditions dans lesquelles on travaille (vécu antérieur des élèves, équipe ou pas, milieu des élèves, matériel disponible...).

Par ailleurs, comme le dit Pierrick, il est vrai que le temps disponible s'est rétréci. Mes dernières années de classe, je regrettais beaucoup le samedi matin disparu.

Néanmoins, il faut affirmer des objectifs ambitieux en faisant référence à des possibles qui ont été vécus. C'est sur ce point que je souhaite intervenir. Ici, je ne parle que du dispositif Créations et il faudra ajouter "dans ma classe...".

- "En création collective, la durée est bien circonscrite avec des séquences relativement courte...". En cycle 3 les séances duraient entre 1h et 1h 15.
- "...sur 2 ou 3 temps sur une semaine" J'ai toujours considéré que, quelque part, le groupe en TI était aussi en Créations, ce qui donne 4 temps, ou 5 quand il y avait le samedi.
- "Mais tout le monde y trouve-t-il son compte, en particulier les enfants les plus faibles" Difficile d'être objectif, mais une élève, très faible, qui semblait bouder les séances, une des rares élèves pour lesquelles je me suis fait des soucis par rapport au dispositif, avait reproché à une enseignante me remplaçant pendant un stage, de ne pas pratiquer les séances de Créations.
- "Mais se pose alors la question du désir partagé sur tel ou tel objet." C'est la raison pour laquelle, pendant une séance de Créations, il est nécessaire d'en traiter 5 ou 6. L'élève dont je parle plus haut s'éveillait quand c'était la Création de sa copine qui passait - peu importait les notions abordées.
- "Mais ils ne recouvrent pas forcément les programmes officiels." Il est vrai que les programmes ont été modifiés - dans le mauvais sens, mais, à l'époque, dans des situations plutôt optimales :
  CP-CE1 --> les programmes étaient largement couverts (au niveau du travail, car en ce qui concerne les acquisitions, qu'on le veuille ou non, ce sont des réalités singulières) sans avoir à chercher à en rajouter.
  CM1-CM2 (dans une situation où j'ai gardé les élèves 2 ans - certains parents étaient passés en classe Freinet) --> idem mais utilisation souple des Cahiers de Techniques Opératoires en TI et, au mois de mai, on s'est posé la question "Qu'est-ce qu'on n'a pas abordé du programme ?". Il n'y avait pas grand-chose, alors on a fait des Créations à thème. Fin mai du CM2, comme on n'avait pas vu la potence pour faire une division (c'est là qu'intervient le fait que les parents n'étaient pas angoissés) et qu'il valait mieux la connaître en arrivant en sixième, la question a été réglée en 1 ou 2 semaines - avec des décimales évidemment.
  Dans d'autre situations, j'ai composé, surtout en numération-opérations à l'aide des fichiers autocorrectifs. C'est à double tranchant puisque la créativité est inversement proportionnelle - je caricature un peu. C'est pourquoi je pense que ceux qui "font du pidapi" ne peuvent pas être en méthode nat-math, mais aussi d'autres que l'on voit dans des films assez prisés à l'ICEM.
- Je dois avouer - mais je l'ai toujours dit - que d'être à l'aise avec les concepts mathématiques facilite grandement les choses. Il est alors facile de mettre les détracteurs devant leurs propres difficultés. Quand la personne (parfois des collègues) ne sait pas trop ce qu'est un point, qu'elle pense que le centre fait partie du cercle, qu'elle se mélange les chiffres et les nombres, qu'on lui demande où sera la retenue quand faudra ajouter $5xy^2$ et 3/2x, on sent très vite la pression baisser.
- "...des détours où le groupe travaille sur des techniques qui me semblent élémentaires". Là je ne sais pas trop à quoi tu penses exactement. Est-ce que tu peux en dire plus ? Parce que "comment tracer des droites parallèles" me paraît être plus une situation problème qu'une technique à "apprendre", surtout quand on pense à l'importance que peut avoir la réflexion pour le travail au collège et plus tard, quand 2 droites auront le même coefficient directeur.
  J'ai abordé la question des techniques opératoires, délicate quand les élèves arrivent au CM en étant formatés sans avoir digéré.
  Il est vrai que, comme en méthode naturelle d'écrilecture où il faut lire et écrire tous les jours, rencontrer les mots à une bonne fréquence pour être capable d'engranger, en méthode nat de math, il faut manipuler (lire-écrire) les objets et les concepts quasi quotidiennement. C'est ce rythme qui fait qu'on a peu besoin de détours.
- "...si une notion ou une technique n'a pas encore été abordée, il nous appartient de l'introduire...". J'ai bien aimé les explications de Paul Le Bohec sur la méthode naturelle. Ce n'était pas des maths, mais des trucs en plâtre je crois. Au début, il y a l'"information", on ne va pas tout redécouvrir "naturellement", ça prendrait des siècles, donc il faut être informé que ça existe, mais il vaut mieux être libre de s'en saisir - ou pas - au bon moment. L'information vient de partout, y compris de l'enseignant (je sais, c'est facile à dire, difficile à doser). J'ai mis du temps, quand je suis arrivé en REP, à comprendre que l'information venant de la famille (je pense à des situations mathématiques

ordinaires) que j'avais l'habitude d'observer dans un autre environnement n'existait presque plus et qu'il fallait réagir à ce manque.

- Au sujet de l’hétérogénéité, je suis d'accord pour dire qu'un trop grand écart peut freiner les uns et les autres. Il me semble qu'il ne faut pas rester figé sur un dispositif quand on sent que ça coince. Une année, j'ai séparé les CP et les CE1 - ce qui ne m'était jamais arrivé auparavant - parce que les CP étaient trop ouverts et les CE1, trop bornés (mais ils ont évolué) et, comme les CE1 étaient les grands qui étaient censés savoir, ça coinçait.

Coopémathématiquement,