

Du droit et du pas droit en mathématiques

Mardi. Dernière semaine avant les vacances de Noël. J'entre dans la classe d'Isabelle pour proposer de la géométrie. C'est un CE2. Notre projet, c'est de mettre les enfants en recherche dans ce domaine. C'est une classe qu'Isabelle sollicite en tout domaine. En math, c'est ERMEL. Les élèves commencent à parler de leurs stratégies, les sujets de recherche les passionnent et la séance de math se prolonge parfois dans les couloirs puis en récréation. Hélas, pour l'instant ERMEL s'intéresse seulement aux problèmes numériques, d'où notre idée de proposer à la classe de la géométrie en s'inspirant à la fois de l'esprit qui sous-tend ERMEL et de la méthode naturelle de math.

Donc j'arrive, content de mon projet, bien accueilli en plus car les élèves se rappellent de la recherche que j'ai amenée auparavant (nombres palindromes). Le matériel est prêt. L'idée était de proposer une recherche utilisant les stratégies déjà utilisées dans les recherches numériques, et de les appliquer à la géométrie.

Recherche :

Soient deux points A et B ; avec une règle et un crayon, on peut les relier.



Si tu as 4 points, A, B, C et D, tu peux tous les relier entre eux par des traits droits. Combien de traits droits peux-tu tracer ?



Essaie avec 5 points.

Peux-tu savoir combien de traits droits seront tracés pour relier 7 points, ou 10 points ?

Explique ta stratégie.

Donc tout était pour le mieux, sauf que comme c'était la première séance j'ai voulu leur demander ce qu'est un point.

« - On en met à la fin des phrases.

- Il y en a aussi sur les i.

- Moi, je sais, il y en a sur les cartes : pour marquer où il y a un trésor, on fait une croix.

- Alors viens dessiner un point

-

- A quel endroit est le point, exactement ?

- Au milieu de la croix.

- Et si la croix est dessinée comme ceci, le point est ici ?



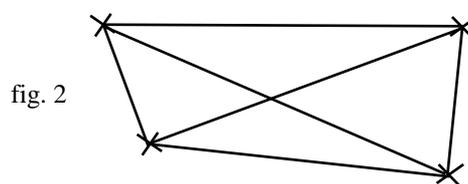
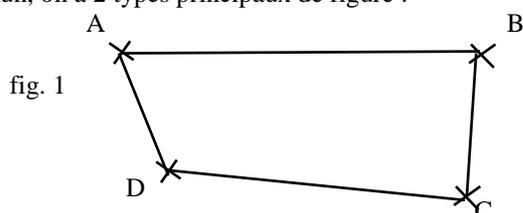
- Non, il est au croisement des deux traits, à l'intersection. »

Nous n'avions pas de définition d'un point, mais avec ça on pouvait commencer. Distribution des feuilles de recherches.

Début de lecture, première objection : les deux points ne sont pas placés comme il faut. L'envie d'agir est plus forte, et puis il s'agit d'abord d'arriver à tracer. D'un point (intersection) à l'autre et non d'une extrémité de trait à l'autre.



Quelques tâtonnement puis le problème est résolu. Les élèves reprennent la lecture pour poursuivre la recherche, et commencent à tracer. Isabelle leur a donné un point de repère horaire pour la fin du premier temps de recherche. A la mise en commun, on a 2 types principaux de figure :



Surprise à la discussion : fortes résistances.

Pour certains, 4 traits possibles, d'autres 6 traits, ce qui nous aurait arrangé.

Les arguments des tenants de la figure 1 :

- Si on trace les autres traits (les diagonales) ça fait un point de plus (leur intersection). On ne peut pas, c'est écrit 4 points.
- D'ailleurs il n'y a pas de traits droits.
- Pourquoi ?
- Bin ils sont pas droits !
- Ils ne sont pas droits ? Pourquoi avez-vous pris la règle ?
- Pour qu'ils soient droits.
- Sont-ils tordus ? (Vérification à la règle de la figure tracée au tableau)
- Alors ils sont droits.
- Mais non, ils penchent, ils sont en travers.
- Ou alors celui là est droit. (BC qui paraît vertical).

Il nous a fallu prendre les choses autrement :

- Alors qu'est-ce que ça veut dire « droit » ? Quel est le contraire de « droit » ?

Ont été cités pas droit, tordu, penché, et aussi : gauche.

Grande discussion, échanges d'arguments. Les tenants de la figure 2 ont gagné quelques voix. Un enfant a eu un argument audacieux :

- Si on pouvait tourner le tableau, on verrait qu'il est droit.
- Oui, mais ça ne se peut pas, il est fixé ! (argument imparable !)

Le temps imparti à la recherche s'est terminé sans que la classe entière se soit mise d'accord. La cantine n'attend pas.

Cette séance m'amène à quelques réflexions :

Ces élèves sont habitués à échanger, à argumenter, à défendre leur point de vue.

Ils appuient leurs arguments sur leurs savoirs, leurs représentations.

L'école les a formatés pour que seuls soient droits les traits qui suivent les lignes verticales ou horizontales des cahiers.

Ils ont passé l'évaluation CE2 en géométrie sans savoir à quoi correspondent les mots « point », « ligne droite », pourtant éléments de base de la géométrie.

Les différentes acceptions de ces mots sont valables, dans le langage courant. En mathématiques, il faut se mettre d'accord sur des définitions, sans lesquelles rien n'est possible.

Mais c'est là que ça se complique.

Si la notion de point est malaisée à envisager comme un point imaginaire sans matérialité, la notion de droit est encore plus difficile. Non seulement il n'y a pas de bonne définition d'une ligne droite (voir un dictionnaire de mathématiques), mais en mathématiques même le mot droit a plusieurs sens : dans l'expression « angle droit » voit-on la même chose que dans « ligne droite » ? Sans parler de ce qu'on a le droit ou non de faire en mathématiques. Le dictionnaire de Stella Baruk dispose de 10 pages sur ces notions. Pas plus que pour le point il n'existe de définition autonome d'une droite.

Alors ?

Quand nous reprendrons la recherche, il faudra que le groupe classe se construise une définition provisoire, la plus satisfaisante pour tous, et en tout cas qui isole le droit (non tordu, non courbe ?) du penché. Faudra-t-il travailler sur des feuilles de forme indéterminée ? Et à plat ?

Ce qui est certain, c'est que si les élèves n'avaient pas eu la possibilité de s'exprimer, pas eu cette habitude d'analyse qui leur a permis de dépasser l'obéissance scolaire passive nous n'aurions pas abordé ces concepts fondamentaux. Nous aurions sans doute construit quelque chose, car la suite obtenue est connue et riche :

- 1 point 0 trait
- 2 points 1 trait, soit 1
- 3 points 3 traits, soit 1+2
- 4 points 6 traits, soit 1+2+3
- 5 points 10 traits, soit 1+2+3+4
- 6 points 15 traits, soit 1+2+3+4+5
- 7 points 21... etc.

On aurait atteint un certain plaisir euphorique dans le domaine de la numération (si vous n'en êtes pas convaincus jetez un œil aux nombres triangulaires et au triangle de Pascal), mais nous aurions fait du sur-place en géométrie.

En math comme ailleurs, c'est la communication qui est le moteur et l'outil de l'apprentissage.

Rémi Jacquet

11/01/2004